ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: ALBERTO G. URCELAY

ENERO-JUNIO 1955 — ENTREGAS I a VI — TOMO CLIX

SUMARIO

	Pág.
TEÓFILO ISNARDI. — Alberto Einstein	3
PEDRO LONGHINI. — Análisis dimensional (Conclusión)	9
SECCIÓN CONFERENCIAS:	—
JOAQUÍN LUIS ALFONSO. — El caldén	37
NECROLOGÍA	58
BIBLIOGRAFÍA	62
INDICE GENERAL DEL TOMO CLIX	64

BUENOS AIRES
AVDA. SANTA FE 1145

1955

29 NOV 1955

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Bernardo A. Houssay
Dr. Alberto Einstein †
Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †

Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †

Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Ing. Guillermo Marconi †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr R. Armando Marotta; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi.

JUNTA DIRECTIVA

(1952 - 1953)

Presidente	Doctor **Abel Sánchez Díaz**
Vicepresidente 1º	Ingeniero Naval **Edmundo Manera**
Vicepresidente 2º	Ingeniero **Pedro Mendioudo**
Secretario de actas	.....
Secretario de correspondencia.	Agrimensor **Antonio M. Saralegui**
Tesorero	Ingeniero **Enrique G. E. Clausen**
Bibliotecario	Ingeniero Agrónomo **Carlos A. Lizer y Trelles**
Vocales	Doctor **Alberto Castellanos**
	Doctor **Pedro Cattaneo**
	Ingeniero **Juan B. De Nardo**
	Capitán de Navío **Emilio L. Díaz**
	Doctor **Alberto González Domínguez**
	.....
	Doctor **Pablo Negroni**
	.....
	.....
Suplentes	.....
	Ingeniero **Ignacio Raver**
	Ingeniero **Francisco M. Elizondo**
	Ingeniero **Juan Esperne**
	Doctor **Emilio L. González**
	Doctor **Fernando Gorriti**
	Arquitecto **Simón Lagunas**
Revisores de balances anuales	Doctor **Antonio Casacuberta**
	Arquitecto **Carlos E. Géneau**

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. **Artº 16 del Reglamento de los "ANALES"** (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Gerencia de la Sociedad, avenida Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anormalidad, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 311-325 - Buenos Aires

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: ALBERTO G. URCELAY

TOMO CLIX

BUENOS AIRES
AVDA. SANTA FE 1145

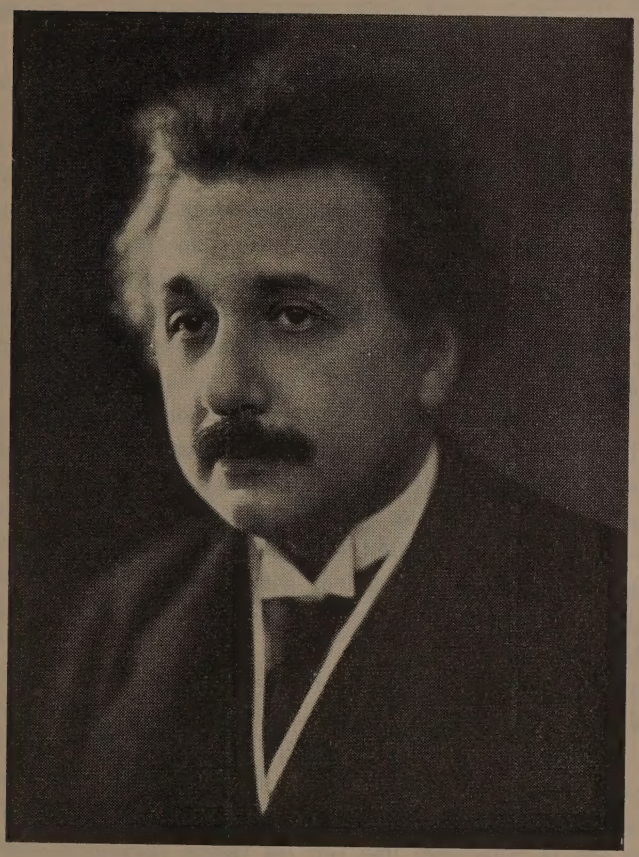
—

1955

ALBERTO EINSTEIN (*)

POR

TEOFILO ISNARDI



ALBERTO EINSTEIN

§ 1. Su personalidad. — Ha muerto Alberto Einstein, sin duda el genio científico de mayor trascendencia, después de Newton.

(*) N. del D. Alberto Einstein falleció el 18/4/55. Desde 1925 era socio honorario de la Sociedad Científica Argentina.

Ningún otro gozó de mayor o igual renombre. A la admiración que suscitó su extraordinaria obra científica se agregaba el respeto que mereció la austeridad de su conducta social.

§ 2. Su obra. — Sus trabajos sobre el movimiento browniano, sobre los fenómenos giromagnéticos, sobre el efecto fotoeléctrico, y tantos otros, le habrían colocado entre los más eminentes físicos de nuestro siglo. Pero su obra trascendente es, y seguirá siendo, sus teorías de la relatividad.

¿En qué consiste la trascendencia de estas teorías?

§ 3. La concepción mecánica y la electromagnética. — Desde el éxito resonante de la mecánica de Newton en la explicación de los movimientos planetarios, todas las teorías físicas procuraron adaptarse a aquel modelo. La « concepción mecánica del universo » tuvo su expresión más radical en Huyghens: « Las causas de todos los efectos naturales deben conducirse a fundamentos mecánicos » ..... « a menos de renunciar a toda esperanza de comprender jamás algo en la física ».

Pero después del fracaso — a fines del siglo pasado — de la electrodinámica de Hertz y su sustitución por la de Lorentz, que no cumple el principio de acción y reacción, contradicho por otra parte experimentalmente en la presión de la radiación, al menos en cuanto a la simultaneidad de ambas fuerzas, era evidente la insuficiencia del modelo mecánico. Sin embargo una tentativa de Wien, hacia 1900, para sustituirlo por una « concepción electromagnética del mundo físico », no tuvo resonancia.

El trabajo de Einstein en que expuso la denominada « teoría especial » de la relatividad, publicado hace precisamente medio siglo, se titula: « Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento ». Es, pues, un tema del electromagnetismo. En ese trabajo, las leyes de transformación de las fuerzas y la variación de la masa con la velocidad, que son los rasgos característicos de la nueva mecánica puntual, se deducen de las ecuaciones de Maxwell-Lorentz, supeditando así la mecánica al electromagnetismo. La única magnitud clásica que se conserva invariante en la nueva teoría no es la masa mecánica, sino la masa eléctrica.

Sin duda la invariancia de la carga del electrón y la variación de su masa habían sido afirmadas y experimentalmente compro-

badas antes de 1905. Pero eran sólo resultados aplicables al electrón, con su « masa electromagnética ». La mecánica clásica continuaba incólume. Es, en cambio, característico de la teoría de Einstein el haber extendido a la mecánica — mediante una revisión crítica y reconstrucción subsiguiente de la cinemática — aquellos resultados particulares del electromagnetismo, deduciéndolos de fundamentos generales.

Con la « teoría general », cuya forma definitiva data de 1916, la mecánica — aunque no en su forma clásica — recobra su jerarquía, en cuanto la « materia » en sentido lato, que incluye a la energía, determina las propiedades métricas del espacio cromotópico (§ 5).

Se tienen así dos diferentes « campos » en el mismo espacio: el electromagnético de la « teoría especial » y el gravitatorio o métrico de la « teoría general », ausente de aquélla. Durante muchos años, Einstein y otros eminentes físicos y matemáticos realizaron diversas tentativas para unificarlos, sucesivamente declaradas por él mismo, inadecuadas. Parece haberlo logrado finalmente en sus últimos años. Pero esta teoría del « campo unificado », que vendría a restablecer la unidad conceptual de la física fenomenológica, no ha permitido aún extraer de ella alguna consecuencia susceptible de ser sometida a la prueba experimental.

§ 4. La relatividad del espacio y del tiempo. — Es el más divulgado de los aspectos de la teoría, por lo cual no nos extenderemos en su comentario.

No violenta a nuestra intuición el hecho de que la longitud de una barra pueda parecer acortada cuando se mueve longitudinalmente, máxime si se aclara que el efecto es sólo aparente, y no real u objetivo, adoptando como criterio de objetividad la universalidad respecto de todos los observadores. En esto se diferencia el resultado relativista de la primitiva hipótesis de Fitz Gerald y de Lorentz.

Más difícil es connaturalizarse con la idea de que dos acontecimientos simultáneos para un observador no lo son en general para otro, *después* de haber hecho la corrección por el tiempo empleado por la luz para llegar en ambos casos a los respectivos observadores. Se llega con relativa facilidad a la *convicción* de que así debe ser en efecto, mediante una crítica del conjunto de los hechos ex-

perimentales; pero es difícil adquirir el *sentimiento* de esta relatividad del tiempo, y sólo un espíritu constantemente vigilante, puede evitar errores de raciocinio a que conduciría el sentimiento opuesto.

Algunos creen, muy simplemente, que la « teoría especial » de la relatividad introduce una nueva definición del tiempo (y de las longitudes) a fin de que la velocidad de la luz en el vacío resulte igual en todos los sistemas inerciales y en todas direcciones. Esta opinión es completamente errónea: el tiempo de la « teoría especial » es, en cada sistema de referencia, el mismo tiempo de la física clásica, medido en todos los sistemas inerciales con idénticos relojes, que se suponen perfectos.

Si se tienen dos distintos sistemas inerciales de referencia, S y S', cada reloj fijo en uno cualquiera de ellos atrasa respecto de relojes idénticos fijos en el otro y previamente « sincronizados » para que indiquen simultáneamente la misma hora. Aquí gritan nuestros hábitos mentales que ello es imposible; que si cada reloj del sistema S atrasa respecto de los de S', cada uno de éstos *adelanta* respecto de todos aquéllos. Pero nuestros hábitos mentales se equivocan; porque olvidan que « simultáneamente » en un sistema inercial *no* es, en general, « simultáneamente » en ningún otro. Y de este error se deriva la idea del simple cambio en la medición del tiempo a que ya nos hemos referido.

§ 5. Tetradimensionalidad de la realidad física. — Todo acontecimiento físico se sitúa en el espacio (tres coordenadas o « dimensiones ») y se ubica en la sucesión del tiempo (una más). Esta tetradimensionalidad es, desde luego, común a la física clásica y a la relativista. Pero existe entre ellas una diferencia fundamental que consiste en lo siguiente: En la física clásica el conjunto tetradimensional se escinde, *de un solo modo* para todos los observadores, en « espacio » y « tiempo », pues ambos son « absolutos », vale decir, independientes del sistema de referencia. En la física relativista no lo es ninguno de ellos, pero sí una forma de unión de ambos: el intervalo *cronotópico*. La célebre frase de Minkowski lo expresa estrictamente: « De hoy (1908) en adelante el espacio en sí y el tiempo en sí se fundirán completamente en la sombra y sólo una forma de unión de ambos conservará existencia propia ».

El espacio tetradimensional relativista tiene propiedades análo-

gas a las del cuerpo rígido de la física clásica. Así como éste puede describirse de infinitos modos mediante tres dimensiones espaciales, aquel puede también describirse de infinitos modos mediante cuatro dimensiones: tres espaciales y una temporal; sin que ninguna de estas descripciones sea físicamente privilegiada respecto de las demás. Cambiar de sistema inercial de referencia, es efectuar una substitución afine de coordenadas (o una ortogonal equivalente) en el espacio cronotópico. Estas son las denominadas « transformaciones de Lorentz ». Pero los únicos resultados experimentales con significación propia (real u objetiva, si se quiere), y entre ellos desde luego las leyes físicas, son aquellos que tienen expresión intrínseca en dicho espacio, y que por lo tanto se conservan invariantes en aquellas sustituciones.

Las leyes de la física clásica, salvo las del electromagnetismo (ecuaciones de Maxwell) no satisfacen a esta exigencia. La teoría de relatividad impuso la necesidad de modificarlas; y aquí se advierte la trascendencia de esta teoría. Por eso tenemos una física « pre-relativista » y otra « relativista », conceptual y formalmente muy diferentes. Y encontramos, nuevamente, la subordinación al electromagnetismo de todo el resto de la física, en la « teoría especial »; por cuanto ésta le impuso una forma de invariancia que, en la física clásica, sólo cumplían las ecuaciones electromagnéticas, y no, desde luego, las leyes de la mecánica, incluyendo la gravitación.

§ 6. Masa y energía. — La « corrección relativista » a las leyes de la física clásica es generalmente tan pequeña, en los casos prácticos, que puede ser despreciada. Las leyes clásicas continuarán aplicándose, porque formalmente son más sencillas. Pero una de las consecuencias de la « teoría especial » de la relatividad, a saber, la equivalencia de la masa y la energía, condujo al descubrimiento de la energía nuclear, cuyas más terroríficas aplicaciones son la bomba atómica y la de hidrógeno. Aunque hasta ahora la humanidad sólo ha experimentado el horror de esas aplicaciones, no debemos lamentar los descubrimientos en que se fundan, porque ellos alientan la mayor esperanza de salvar nuestra civilización en un porvenir relativamente próximo, cuando se hayan agotado las fuentes de energía que actualmente cubren el enorme consumo que de ella hacen los países civilizados: los combustibles minerales.

He ahí una lejana consecuencia del experimento de Michelson, que nadie hubiera podido prever.

§ 7. La relatividad general. — Casi todo lo que precede se refiere a la denominada « relatividad restringida » de la teoría especial. Pero desde el punto de vista de la teoría del conocimiento, la relatividad del movimiento debe ser general; y por tanto, debiera ser posible edificar una física cuyas leyes fueran válidas en cualquier sistema de referencia, y no solamente en los sistemas inerciales a que se limita la teoría especial.

Tal fué el programa que se impuso Einstein y cuya realización fué la « teoría general de la relatividad ». Esta es, en realidad una teoría del espacio métrico tetradimensional y de la gravitación. Una física totalmente relativista fué posible abandonando la métrica euclideana e incluyendo la gravitación en las propiedades métricas del espacio cronotópico, después del fracaso de varias tentativas para incluirla en el marco de la teoría especial.

La teoría einsteineana de la gravedad conduce a varias consecuencias susceptibles de comprobación; pero « el problema de comprobar experimentalmente la teoría general de la relatividad es complicado y no está aún definitivamente decidido ». El veredicto experimental parece, hasta ahora, confirmar las conclusiones de la teoría.

Desde el punto de vista práctico, la teoría neutoneana de la gravitación será preferida por la sencillez de su desarrollo en la mayoría de los casos a que se aplica. El problema de dos cuerpos, por ejemplo, que conduce como es sabido a la corrección no despreciable de la tercera ley de Kepler, presenta serias dificultades en la teoría de Einstein; pero en primera aproximación se tiene siempre la teoría de Newton, que es suficiente en este caso.

ANALISIS DIMENSIONAL

POR EL INGENIERO

PEDRO LONGHINI

(*Continuación*)

6. Aplicacion del teorema de Bridgman. — A efecto de poder apreciar las ventajas que presenta el teorema de Bridgman, en la búsqueda de relaciones matemáticas que vinculan las diversas magnitudes que intervienen en la evolución de un sistema material cualquiera, determinaremos a continuación la ley del movimiento del péndulo compuesto.

En dicho fenómeno intervienen las magnitudes siguientes:

t_0, período medido en la unidad $[T]$;
P, peso del cuerpo medido en la unidad $[M]\,[L]\,[T]^{-2}$;
l_0, distancia entre el centro de supensión O y el baricentro G, medida en la unidad $[L]$;
J, momento de inercia del cuerpo respecto al eje de suspensión, medido en $[M]\,[L]^2$;
α, ángulo máximo de apartamiento de la recta OG respecto a la vertical, medido por un número adimensionado.

Esto es, la ley buscada suponemos sea una función tal como

$$f(t_0,\ P,\ l_0,\ J,\ \alpha) = 0$$

Si la expresamos en forma explícita se tiene

$$t_0 = \varphi(P, l_0, J, \alpha) \qquad [1]$$

De acuerdo con el postulado de homogeneidad, el o los términos que formarán el segundo miembro deben medirse en la unidad $[T]$ en que se mide el primero; y de acuerdo con el teorema de Bridgman esos términos deberán ser productos de potencias de las magnitudes P, l_0 y J, mientras que α debe intervenir en una función adimensionada por ser ella sin dimensión. Ahora bien, la combi-

nación más simple de esas tres magnitudes que tiene por medida un tiempo es:

$$\sqrt{\frac{J}{Pl_0}}$$

de manera que la [1] podrá escribirse

$$t_0 = \sqrt{\frac{J}{Pl_0}}\ \varphi_1(\alpha)$$

que es precisamente la ley buscada. En cuanto a la forma de la expresión $\varphi_1(\alpha)$, nada puede decir el análisis dimensional; su determinación es materia de la experimentación, respecto a la cual nos referiremos al final de este trabajo.

7. Transformacion de sistemas de unidades. — Consideremos aquí el problema siguiente: *dada una magnitud sobre la base de un sistema de unidades, escribirla con otro sistema de unidades.*

Este problema, encarado en su forma más general, tiene, además del interés que se deriva de su utilidad inmediata en la Técnica, otro de igual importancia por su vinculación a las cuestiones de la *Teoría de los modelos*, razones que nos inducen a tratarlo con algún detalle.

Comenzaremos por estudiar la transformación de unidades de medida, en el caso en que los dos sistemas estén constituídos, correspondientemente, por unidades de la misma especie.

Supongamos tener una magnitud C, que ha sido medida en los dos sistemas, tales como $[L]$, $[T]$ y $[F]$, y $[L']$, $[T']$ y $[F']$ de tal modo que

$$C = \gamma\ [L]^a\ [T]^b\ [F]^c \qquad [1]$$

$$C = \gamma'\ [L']^a\ [T']^b\ [F']^c \qquad [2]$$

Igualando, se obtiene

$$\gamma' = \gamma \left(\frac{[L]}{[L']}\right)^a \cdot \left(\frac{[T]}{[T']}\right)^b \cdot \left(\frac{[F]}{[F']}\right)^c \qquad [3]$$

Esta última permite calcular la medida γ' de la magnitud C en el segundo sistema, cuando se conoce: la medida γ en el primero, y las relaciones siguientes entre las unidades de igual especie que constituyen ambos sistemas, reducidas a igual clase, los que, por el postulado de la significación absoluta de la magnitud relativa, resultan ser adimensionadas; tales son:

$$\frac{[L]}{[L']}\ ;\ \frac{[T]}{[T']}\ ;\ \frac{[F]}{[F']}$$

Supongamos tener que expresar, por ejemplo, una presión de 5 kg.cm^{-2} en libras por pulgadas cuadradas. Como 1 pulgada es igual a 2,54 centímetros y una libra vale 0,4536 kilogramos, se tiene

$$\frac{[L]}{[L']} = \frac{1}{2{,}54} \quad \text{y} \quad \frac{[F]}{[F']} = \frac{1}{0{,}4536} = 2{,}2046$$

ahora bien, la [3] en este caso toma la forma:

$$\gamma' = \gamma \frac{[F]}{[F']} \cdot \left(\frac{[L]}{[L']}\right)^{-2}$$

resulta

$$\gamma' = 5 \times 2{,}2046 \times (2{,}54)^2 = 70{,}95 \text{ lb . pul.}^{-2}$$

8. — Consideremos ahora este problema en su forma más general, que puede enunciarse de este modo: *dada una magnitud C en el sistema formado por las n unidades de medida siguientes*:

$$[P_1], [P_2] \ldots [P_n] \qquad [1]$$

expresarla en función del sistema constituído con las m unidades siguientes:

$$[Q_1], [Q_2], \ldots [Q_m] \qquad [2]$$

En este caso el problema se desdobla en dos, porque, por una parte, debe determinarse la *fórmula dimensional* que le corresponde en el segundo sistema, y por otra, calcularse la *nueva medida* que tiene en dicho sistema. Resuelta la primera parte, es decir, determinados los exponentes a, b, ... (fórmula [4] del n° 5) que corresponden a las unidades básicas del segundo sistema, con la [8] del n° 4, se calcula la medida de la referida magnitud en el segundo sistema.

Consideremos la magnitud C, la que en el sistema [1] estará dada por

$$C = p\,[P_1]^{x_1}\,[P_2]^{x_2} \ldots [P_n]^{x_n} \qquad [3]$$

mientras que si se la expresa en el sistema [2], se tiene

$$C = q\,[Q_1]^{y_1} \cdot [Q_2]^{y_2} \ldots\ldots [Q_m]^{y_m} \qquad [4]$$

Para poder pasar de la [3] a la [4], es menester conocer el valor

de cada una de las unidades de medida del segundo sistema expresadas en función de las unidades del primer sistema, esto es

$$\begin{aligned}
[Q_1] &= q_1\,[P_1]^{\alpha_1'}\,.\,[P_2]^{\alpha_2'}\,.\,\ldots\,.\,[P_n]^{\alpha_n'} \\
[Q_2] &= q_2\,[P_1]^{\alpha_1''}\,.\,[P_2]^{\alpha_2''}\,.\,\ldots\,.\,[P_n]^{\alpha_n''} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[Q_m] &= q_m\,[P_1]^{\alpha_1^{(m)}}\,.\,[P_2]^{\alpha_2^{(m)}}\,.\,\ldots\,.\,[P_n]^{\alpha_n^{(m)}}
\end{aligned} \qquad [5]$$

de tal modo que, reemplazando estos valores en la [4], se tiene

$$C = q\,.\,q_1^{y_1}\,.\,q_2^{y_2}\,.\,\ldots\,.\,q_m^{y_m}\,[P_1]^{(\alpha_1' y_1' + \alpha_1'' y_2' + \ldots\,\alpha_1^{(m)} y_m)}$$

$$[P_2]^{(\alpha_2' y_1 + \alpha_2'' y_2 + \ldots\,\alpha_2^{(m)} y_m)}\,\ldots\,[P_n]^{(\alpha_n' y_1 + \alpha_n'' y_2 + \ldots\,\alpha_n^{(m)} y_m)} \qquad [6]$$

Igualando la [3] y la [6], resulta

$$p = q\,.\,q_1^{y_1}\,.\,q_2^{y_2}\,\ldots\,q_m^{y_m} \qquad [7]$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= \alpha_1' y_1 + \alpha_1'' y_2 + \ldots + \alpha_1^{(m)} y_m \\
x_2 &= \alpha_2' y_1 + \alpha_2'' y_2 + \ldots + \alpha_2^{(m)} y_m \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n &= \alpha_n' y_1 + \alpha_n'' y_2 + \ldots + \alpha_n^{(m)} y_m
\end{aligned} \qquad [8]$$

Sistema de ecuaciones este último, que también puede escribirse

$$\begin{aligned}
&\alpha_1' y_1 + \alpha_1'' y_2 + \ldots + \alpha_1^{(m)} y_m - x_1 = 0 \\
&\alpha_2' y_1 + \alpha_2'' y_2 + \ldots + \alpha_2^{(m)} y_m - x_2 = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\alpha_n' y_1 + \alpha_n'' y_2 + \ldots + \alpha_n^{(m)} y_m - x_n = 0
\end{aligned} \qquad [8']$$

Las [8] u [8'] constituyen un sistema de n ecuaciones (x) con m incógnitas (y).

Por lo expuesto, el estudio de las condiciones en que es posible la transformación de una magnitud dada con el sistema de unidades [P] a otro sistema [Q], se circunscribe a la discusión de las soluciones del sistema de ecuaciones [8], que haremos a continuación, donde se prescindirá en general de la consideración de la [7], porque no afecta a los sistemas de unidades en sí, ya que se trata de un número abstracto.

Para saber si las ecuaciones [8] se satisfacen con una solución única de sus incógnitas y_i, debe comenzarse formando con los coefi-

cientes de las incógnitas la determinante de mayor orden que no se anula, esto es, la *determinante principal* del sistema, cuyo orden indicaremos con h.

Teniendo en cuenta los valores relativos de h, m y n pueden ocurrir los casos que se consideran a continuación.

9. — Si $m = h$, para que el sistema [8] tenga una solución única, es menester que se cumpla, en primer lugar, alguna de las dos condiciones siguientes:

$$a)\ m = n$$

$$b)\ m < n$$

Porque el caso en que $m > n$ no puede ocurrir, ya que el mayor valor de h no puede superar al menor de los valores de m y n.

a) En el caso que $m = n$, si las determinantes que llamaremos Δ_i del mismo orden que la principal, que se obtienen sustituyendo los términos de una de sus columnas por los segundos miembros (términos independientes x_j), resultan ser distintos de cero, los valores de y_i son también distintos de cero. Es decir, a cada unidad dependiente del sistema $[P]$, le corresponde una y una sola unidad dependiente en el sistema $[Q]$ y viceversa. En este caso los sistemas $[P]$ y $[Q]$ se dice que son *conmutables*.

Cuando algunas de las Δ_i se anulen, los valores correspondientes de y_i son nulos, y cuando todos los x_j son iguales a cero, lo que ocurre cuando se trata de un número abstracto, las [8] son homogéneas, y los valores de y_i resultan también todos nulos; lo que se expresa diciendo que *si dos sistemas de unidades* $[P]$ *y* $[Q]$ *son conmutables, a una magnitud C, que medida con las unidades del primero es un número adimensionado, le corresponde en el segundo sistema el mismo número*; en otros términos, *los números abstractos que figuran en las expresiones dimensionadas son invariables en la transformación de unidades.*

Para ir esclareciendo la exposición, desarrollaremos oportunamente algunos ejemplos. Supongamos que el sistema $[P]$ esté constituído por las unidades independientes:

$[P_1] = [L]$ longitud; $[P_2] = [T]$ tiempo; y $[P_3] = [F]$ fuerza

y el sistema $[Q]$ por las unidades independientes:

$[Q_1] = [S]$ superficie; $[Q_2] = [V]$ velocidad; y $[Q_3] = [P]$ potencia

Las $[Q]$ expresadas en el sistema $[P]$ son:

$$[S] = [L]^2$$
$$[V] = [L]\,[T]^{-1}$$
$$[P] = [L]\,[T]^{-1}\,[F]$$

Las ecuaciones [8] del nº 8, en este caso serán:

$$x_1 = 2\,y_1 + y_2 + y_3$$
$$x_2 = -\,y_2 - y_3$$
$$x_3 = y_3$$

Cuya determinante principal es

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

Aquí $h = m = n$, luego los sistemas $[P]$ y $[Q]$ son *conmutables*.

Un ejemplo concreto será el siguiente: la magnitud 15 kgm dada en el sistema $[P]$: $[L]$ = 1 metro; $[T]$ = 1 segundo; $[F]$ = 1 kg; escribirla en el siguiente sistema $[Q]$:

$$[S] = 1 \text{ pie cuadrado} = 0{,}09302 \text{ m}^2$$
$$[V] = 1 \text{ nudo} = \frac{1852 \text{ m}}{\text{hora}} = 0{,}5144 \text{ m. } s^{-1}$$
$$[P] = 1 \text{ HP} = 75 \text{ Kg. m. s}^{-1}$$

De donde, las unidades $[Q]$ dadas en las unidades de $[P]$, son:

$$1 \text{ m}^2 = \frac{1}{0{,}09302} \text{ pies}^2$$
$$1 \text{ m. s}^{-1} = \frac{1}{0{,}5144} \text{ nudos}$$
$$1 \text{ Kg. m. s}^{-1} = \frac{1}{75} \text{HP}$$

Para este caso, las ecuaciones [8], toman los valores

$$1 = 2\,y_1 + y_2 + y_3$$
$$0 = -\,y_2 - y_3$$
$$1 = y_3$$

cuya solución es:

$$y_1 = \frac{1}{2}\,;\quad y_2 = -1\,;\quad y_3 = 1\,,$$

de manera que la unidad dependiente *trabajo*, en ambos sistemas es

$$[L]\,[F] = [S]^{\frac{1}{2}}\,[V]^{-1}\,[P]$$

En cuanto a la medida que corresponde a los 15 *kgm* del primer sistema, expresada en el segundo, según la [8] del n° 3 será

$$q = 15\,.\left[\frac{1}{0{,}09302}\right]^{\frac{1}{2}}\cdot\left[\frac{1}{0{,}5144}\right]^{-1}\cdot\left[\frac{1}{75}\right]\text{pies}^{\frac{1}{2}}\,.\,n^{-1}\,.\,\text{HP}$$

$$q = 15\,.\,\frac{1}{0{,}305}\,.\,0{,}5144\,.\,\frac{1}{75} = 0{,}3373\,\frac{\text{pies}^{\frac{1}{2}}\ \text{HP}}{\text{nudos}}$$

b) Si $m < n$, es necesario formar las determinantes Δ_2 de un orden una unidad mayor que la principal, llamadas *determinantes características* [1], agregando a la principal una fila con los coeficientes de las incógnitas de cada una de las ecuaciones que no han intervenido en la formación de la principal, y una columna con los respectivos valores de $-x_1,\ -x_2,\ \ldots,\ -x_n$ (ecuaciones [8] del n° 8); o sea

$$\begin{vmatrix} \alpha_1' & \alpha_1'' & \ldots\ldots & -x_1 \\ \alpha_2' & \alpha_2'' & \ldots\ldots & -x_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ \alpha_{h+1}' & \alpha_{h+1}'' & \ldots\ldots & -x_n \end{vmatrix} = \Delta_{h+1} \qquad [1]$$

Cuando estas determinantes características son iguales a cero, el sistema es compatible, es decir, tiene una solución única, en caso contrario es *imposible o incompatible.*

Consideremos, ahora, un ejemplo de este último caso; suponga-mos que las unidades del sistema $[P]$ sean:

$[P_1] = [M]$, masa

$[P_2] = [J]$, momento inercia, que en el sistema fundamental tiene por unidad $[M]\,[L]^2$

$[P_3] = [F]$, fuerza de inercia, que en el sistema fundamental tiene por unidad $[M]\,[L]\,[T]^{-2}$.

y las del sistema $[Q]$, sean:

$$[Q_1] = [L], \text{ longitud, } = [M]^{-\frac{1}{2}} [J]^{\frac{1}{2}}$$

$$[Q_2] = [T], \text{ tiempo } = [M]^{\frac{1}{4}} [J]^{\frac{1}{4}} [F]^{-\frac{1}{2}}$$

Una misma magnitud C, escrita con ambos sistemas de unidades, permite escribir la ecuación:

$$\gamma [M]^{x_1} [J]^{x_2} [F]^{x_3} = \gamma' [L]^{y_1} [T]^{y_2} =$$

$$= \gamma' \left\{[M]^{-\frac{1}{2}} [J]^{\frac{1}{2}}\right\}^{y_1} \cdot \left\{[M]^{\frac{1}{4}} [J]^{\frac{1}{4}} [F]^{-\frac{1}{2}}\right\}^{y_2}$$

De donde,

$$x_1 = -\frac{1}{2} y_1 + \frac{1}{4} y_2$$

$$x_2 = \frac{1}{2} y_1 + \frac{1}{4} y_2$$

$$x_3 = -\frac{1}{2} y_2$$

Las magnitudes expresadas con el sistema $[Q]$ pueden siempre escribirse con el sistema $[P]$, pero para que las magnitudes medidas con el sistema $[P]$ puedan expresarse en el $[Q]$, es menester que se satisfaga la ecuación

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -x_1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -x_2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -x_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{4} x_1 + \frac{1}{4} x_2 + \frac{1}{4} x_3 = 0$$

o bien

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

Por de pronto, ninguna de las unidades $[M]$, $[J]$ y $[F]$ pueden ser expresadas con las unidades del sistema $[Q]$, con lo que se evidencia que los sistemas $[P]$ y $[Q]$ *no son conmutables*.

Es oportuno hacer notar que una magnitud adimensionada del sistema $[P]$, escrita en el $[Q]$, es también adimensionada; y viceversa, una magnitud adimensionada del $[Q]$ lo es también en el $[P]$. Esta propiedad, como ya vimos, se cumplía en el caso estudiado en *a*).

10. — Continuaremos la discusión del sistema de ecuaciones [8] del nº 8, considerando la circunstancia en que $m > h$, en los dos casos siguientes:

$$a)\ n = h$$

$$g)\ n > h$$

No cabe considerar el caso en que $n < h$, porque, según se ha visto, h no puede superar a n ni a m.

a) Cuando $n = h$, el sistema de ecuaciones [8] u [8'] del nº 8 es *indeterminado*; en tal caso, a una magnitud dependiente del sistema $[Q]$ le corresponderá una única magnitud dependiente en el sistema $[P]$, pero a una magnitud dependiente del sistema $[P]$ le corresponderá un número indefinido de magnitudes dependientes del sistema $[Q]$; esto se expresa diciendo que los sistemas $[P]$ y $[Q]$ son *conmutables*, pero el sistema $[Q]$ es *dependiente*, porque entre las m unidades básicas que lo constituyen, puede darse a $m - h$ de ellas los exponentes que se deseen.

Esta circunstancia quedará esclarecida con el siguiente ejemplo, en el que únicamente se tendrán en cuenta las unidades, pues de tratarse de las respectivas medidas, corresponderá tener en cuenta la [7] del nº 8.

Sea el sistema $[P]$:

$[P_1] = [L]$ longitud; $[P_2] = [T]$ tiempo; y $[P_3] = [F]$ fuerza;

y el sistema $[Q]$:

$[Q_1] = [S]$ superficie; $[Q_2] = [V]$ velocidad;

$[Q_3] = [\mathcal{S}]$ densidad; y $[Q_3] = [\mathcal{T}]$ trabajo.

Ahora bien, como

$$[Q_1] = [S] = [L]^2$$

$$[Q_2] = [V] = [L]\,[T]^{-1}$$

$$[Q_3] = [\mathcal{S}] = [L]^{-4}\,[T]^2\,[F]$$

$$[Q_4] = [\mathcal{T}] = [L]\,[F]$$

Las [8] del nº 8, en este caso toman la forma

$$\begin{aligned} x_1 &= 2\,y_1 + y_2 - 4\,y_3 + y_4 \\ x_2 &= -\,y_2 + 2\,y_3 \\ x_3 &= y_3 + y_4 \end{aligned} \qquad [1]$$

Las determinantes principales, que en este caso son de tercer orden, son las siguientes:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \; ; \; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0; \text{ etc.}$$

Si se toma la primera de estas determinantes, para cada valor que se atribuya a y_4, dada una unidad dependiente en el sistema $[P]$, se tendrán tantas unidades correspondientes en el sistema $[Q]$, como valores se atribuyan arbitrariamente a y_4; en efecto, si se toma *la masa* en el sistema $[P]$, se tendrá:

$$[M] = [L]^{-1} [T]^2 [F]$$

esto es: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$; en las [1] resultarán tantos grupos de valores para y_1, y_2, e y_3, como valores se den a y_4; así si $y_4 = 1$ resultará:

$$-2 = 2y_1 + y_2 - 4y_3$$
$$2 = -y_2 + 2y_3$$
$$0 = y_3$$

De donde

$$y_1 = 0 \; , \; y_2 = -2 \; , \; y_3 = 0$$

Luego

$$[M] = [V]^{-2} [\mathcal{C}]$$

Debe hacerse notar que, en lugar de haberse dado valores arbitrarios a y_4 en el sistema [1], pudo haberse hecho lo mismo con y_1, o con y_2, o con y_3; lo que importa establecer que habrá tantos grupos de unidades, que se denominan *núcleos independientes*, como grupos de incógnitas calculables con el sistema de ecuaciones [1], que es igual al número de determinantes principales.

Adviértese en este caso, además, que una magnitud adimensionada del sistema $[Q]$ es también adimensionada en el sistema $[P]$, pero una magnitud que es adimensionada en el $[P]$ puede no serlo en el $[Q]$. En el ejemplo considerado, una cualquiera de las unidades del sistema $[Q]$ puede escribirse como adimensionada en el $[P]$; en efecto, hagámoslo con la $[Q_4] = [\mathcal{C}]$, en cuya circunstancia se tendrá:

$$x_1 = 0 \; , \; x_2 = 0 \; , \; x_3 = 0 \; , \; y_4 = 1$$

con lo cual las ecuaciones [1] se transforman en

$$\begin{aligned} 0 &= 2\,y_1 + y_2 - 4\,y_3 + 1 \\ 0 &= -\,y_2 + 2\,y_3 \\ 0 &= y_3 + 1 \end{aligned} \qquad [2]$$

que resueltas, dan:

$$y_1 = -\frac{3}{2}, \quad y_2 = -2, \quad y_3 = -1\,.$$

De donde una magnitud $q_1'\,[\mathcal{T}]$, escrita en ambos sistemas, será:

$$q_1\,[L]^0\,[T]^0\,[F]^0 = q_1'\,[S]^{-\frac{3}{2}}\,[V]^{-2}\,[\mathcal{S}]^{-1}\,[\mathcal{T}]$$

esto es, adimensionada en $[P]$ y dimensionada en $[Q]$.

b) Finalmente, nos queda por considerar el caso en que $n > h$. Evidentemente en este caso el sistema será *indeterminado*, y a cada grupo de valores arbitrarios atribuídos a un número de incógnitas y_i, igual a $m - h$, se tendrá un sistema de valores para las restantes, y para que estos valores de y_i satisfagan a las n ecuaciones, será menester que se anulen las $n - h$ determinantes características; el sistema $[Q]$ no resulta conmutable con el sistema $[P]$, por cuanto no todas las unidades dependientes del sistema $[Q]$ podrán expresarse con unidades del sistema $[P]$ y viceversa.

Como esta transformación tiene poco interés para los propósitos de este trabajo, omitiremos la presentación de un ejemplo.

11. — Para terminar la consideración de este tema de transformación de unidades, hacemos notar que: *definido un sistema de unidades por medios puramente físicos, no es posible establecer la dependencia o independencia de las unidades que lo constituyen por medio de un criterio fundado en la teoría de las magnitudes.*

Para ilustrar sobre el alcance de este concepto, consideremos el siguiente ejemplo de transformación de sistemas de unidades:

Sea el sistema $[P]$

$$[P_1] = [L]\ \text{longitud}; \quad [P_3] = [F]\ \text{fuerza}$$
$$[P_2] = [T]\ \text{tiempo}; \quad [P_4] = [A]\ \text{aceleración}$$

constituído por unidades que no son independientes entre sí.

Sea, además, el sistema $[Q]$

$$[Q_1] = [S]\ \text{superficie}; \quad [Q_3] = [\mathcal{S}]\ \text{densidad}$$
$$[Q_2] = [V]\ \text{velocidad}; \quad [Q_4] = [\mathcal{T}]\ \text{trabajo}$$

que también está constituído por unidades dependientes entre sí, y donde los núcleos de unidades independientes están formados por grupos también de tres de ellas.

Las unidades del sistema $[Q]$ pueden escribirse en función de $[P]$ de una infinidad de maneras, entre las cuales podemos elegir la siguiente:

$$\begin{aligned} [S] &= [T]^4\,[A]^2 \\ [V] &= [T]\,[A] \\ [\mathcal{S}] &= [L]^{-3}\,[F]\,[\mathrm{A}]^{-1} \\ [\mathcal{T}] &= [L]\,[F] \end{aligned} \qquad [1]$$

Las ecuaciones [8] del nº 8 toman en este caso la forma

$$\begin{aligned} x_1 &= -3\,y_3 + y_4 \\ x_2 &= \;\;4\,y_1 + y_2 \\ x_3 &= \;\;y_3 + y_4 \\ x_4 &= \;\;2\,y_1 + y_2 - y_3 \end{aligned} \qquad [2]$$

cuya determinante principal es

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

lo que indica que, expresada una magnitud dependiente del sistema $[P]$, puede obtenerse una y una sola expresión de la misma en el sistema $[Q]$, y viceversa.

Así, por ejemplo, si se tiene

$$[M]\ \text{masa} = [F]\,[A]^{-1}$$

resulta

$$x_1 = 0,\quad x_2 = 0,\quad x_3 = 1 \quad \text{y} \quad x_4 = -1;$$

reemplazadas en la [2], se tiene

$$y_1 = \frac{3}{8},\quad y_2 = -\frac{3}{2},\quad y_3 = \frac{1}{4},\quad \text{e} \quad y_4 = \frac{3}{4};$$

luego la unidad de masa en el sistema $[Q]$ se escribirá

$$[M] = [S]^{\frac{3}{8}}\,[V]^{-\frac{3}{2}}\,[\mathcal{S}]^{\frac{1}{4}}\,[\mathcal{T}]^{\frac{3}{4}}$$

Pero no debe perderse de vista que esta expresión de $[M]$ con unidades del sistema $[Q]$, ha dependido de la forma de las expresiones [1], de modo que, variando las [1], cosa que es posible, se tendrán otras expresiones de $[M]$ en el sistema $[Q]$.

12. Transformacion de magnitudes dimensionadas en adimensionadas. — Del caso de transformación tratado en el n° 10, surge el teorema siguiente: *si en un sistema* $[Q]$ *hay unidades dependientes, éstas pueden transformarse en adimensionadas del sistema* $[P]$ *constituído solamente por unidades independientes, multiplicando dichas unidades dependientes por la recíproca de la misma unidad expresada con las independientes.*

Supongamos que el sistema $[P]$ esté formado por n unidades independientes, y el $[Q]$ por las mismas unidades, más h unidades dependientes, de tal modo que este último sistema tendrá $m = h + n$ unidades básicas.

Esto es, una magnitud C, en el sistema $[P]$ se expresará por

$$C = p\,[P_1]^{x_1}\,[P_2]^{x_2} \ldots\ldots [P_n]^{x_n} \qquad [1]$$

y en el sistema $[Q]$, dada la forma en que se ha constituído, será

$$C = q\,[P_1]^{y_1}\,[P_2]^{y_2} \ldots\ldots [P_n]^{y_n}\,[Q_1]^{y_{n+1}} \ldots\ldots [Q_h]^{y_m} \qquad [2]$$

donde las unidades dependientes son:

$$\begin{aligned} [Q_1] &= [P_1]^{\alpha_1^{(n+1)}} \cdot [P_2]^{\alpha_2^{(n+1)}} \ldots\ldots [P_n]^{\alpha_n^{(n+1)}} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad [1'] \\ [Q_n] &= [P_1]^{\alpha_1^{(m)}} \cdot [P_2]^{\alpha_2^{(m)}} \ldots\ldots [P_n]^{\alpha_n^{(m)}} \end{aligned}$$

Reemplazando estos valores en la [2], se tiene

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + \alpha_1^{(n+1)}\, y_{(n+1)} + \ldots\ldots \alpha_1^{(m)}\, y_m \\ x_2 &= y_2 + \alpha_2^{(n+1)}\, y_{(n+1)} + \ldots\ldots \alpha_2^{(m)}\, y_m \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad [3] \\ x_n &= y_n + \alpha_n^{(n+1)}\, y_{(n+1)} + \ldots\ldots \alpha_n^{(m)}\, y_m \end{aligned}$$

Para expresar una cualquiera de las unidades $[Q]$, por ejemplo la $[Q_h]$, bastará hacer en la [2]

$$y_{n+1} = y_{n+2} = \ldots = y_{m-1} = 0, \text{ e } y_m = 1$$

y si suponemos que, además, sea adimensionada, haremos

$$x_1 = x_2 \ldots\ldots = x_n = 0$$

de este modo las [3] se transforman en

$$\begin{aligned} 0 &= y_1 + \alpha_1^{(m)} \quad \therefore \quad y_1 = -\alpha_1^{(m)} \\ 0 &= y_2 + \alpha_2^{(m)} \quad \therefore \quad y_2 = -\alpha_2^{(m)} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 &= y_n + \alpha_n^{(m)} \quad \therefore \quad y_n = -\alpha_n^{(m)} \end{aligned}$$

valores que, reemplazados en las [1] y [2], resulta

$$p_h = q_h [P_1]^{-\alpha_1^{(m)}} . [P]^{-\alpha_2^{(m)}} \ldots\ldots [P_n]^{-\alpha_n^{(m)}} . [Q_h] \qquad [4]$$

con lo que queda demostrado el teorema.

Este resultado se justifica, por otra parte, con el postulado de la significación absoluta de la magnitud relativa, por cuanto los números adimensionados dados por la [4] resultan ser los cocientes de dividir números dimensionados del $[Q]$ por la correspondiente unidad que se emplea para su medida.

Un ejemplo esclarecerá lo expuesto; sean los sistemas de unidades $[P]$ y $[Q]$ los siguientes, con las significaciones ya conocidas:

$$[P_1] = [L]; \; [P_2] = [T]$$

y

$$[Q_1] = [L] \; ; \; [Q_2] = [T] \; ; \; [Q_3] = [V] \; ; \; [Q_4] = [A] \; ;$$
$$[Q_5] = [\Omega] \; ; \text{ y } [Q_6] = [\varepsilon]$$

Como

$$\left.\begin{aligned} [V] &= [L]\,[T]^{-1} \quad ; \quad [A] = [L]\,[T]^{-2} \\ [\Omega] &= [T]^{-1} \quad ; \quad [\varepsilon] = [T]^{-2} \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

resulta que una misma magnitud expresada en ambos sistemas se escribirá

$$a\,[L]^{x_1}\,[T]^{x_2} = b\,[L]^{y_1}\,[T]^{y_2}\,[V]^{y_3}\,[A]^{y_4}\,[\Omega]^{y_5}\,[\varepsilon]^{y_6} \qquad [2]$$

de donde se deduce que

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= y_1 + y_3 + y_4 \\ x_2 &= y_2 - y_3 - 2\,y_4 - y_5 - 2\,y_6 \end{aligned}\right\} \qquad [3]$$

Con los coeficientes de las y se forma la siguiente matriz

	L	T	V	A	Ω	ε
L	1	0	1	1	0	0
T	0	1	-1	-2	-1	-2

Ahora bien, de las seis unidades básicas que constituyen el sistema $[Q]$, dos pueden elegirse como independientes, resultando así las cuatro restantes dependientes; la elección de las independientes debe hacerse de manera que la determinante principal, de segundo orden en este caso, sea distinta de cero, de manera que pod án ser núcleos de unidades independientes:

$$\{LT\}\,\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \;;\; \{LV\}\,\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \;;\; \{LA\}\,\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}, \text{ etc.}$$

Elijamos la

$$\{V\Omega\}\,\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

Con esto establecemos que el nuevo sistema $[P]$ lo constituyen las unidades independientes $[V]$ y $[\Omega]$, y el $[Q]$ lo forman las mismas que antes, o sea la totalidad.

Escribamos, ahora, las unidades del sistema $[Q]$ en función de las que hemos adoptado para el $[P]$, omitiendo las dos que forman parte de ambos, por ser obvio,

$$\begin{aligned} [L] &= [V]\,[\Omega]^{-1} \quad ; \quad [T] = [\Omega]^{-1} \\ [A] &= [V]\,[\Omega] \quad ; \quad [\varepsilon] = [\Omega]^2 \end{aligned} \qquad [4]$$

De modo que ahora una misma magnitud expresada en ambos sistemas será:

$$a_i\,[V]^{x_1}\,[\Omega]^{x_2} = b_i\,[V]^{y_1}\,[\Omega]^{y_2}\,[L]^{y_3}\,[T]^{y_4}\,[A]^{y_5}\,[\varepsilon]^{y_6} \qquad [5]$$

y, en consecuencia,

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + y_3 + y_5 \\ x_2 &= y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + 2\,y_6 \end{aligned} \qquad [6]$$

Las unidades [4] que, si bien son básicas del sistema $[Q]$, son dependientes de las dos elegidas para formar un núcleo independiente $[V]$ y $[\Omega]$, y que son las únicas básicas del sistema $[P]$. Ahora

bien, las cuatro unidades [4] o cualquier magnitud escrita con estas unidades, puede expresarse como adimensionada en el sistema $[P]$; en efecto, tomemos como ejemplo la $[A]$, para la cual en la [5] quedan como únicas incógnitas los exponentes de las unidades independientes y el $[A]$; luego se tiene:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 0\ ;\ y_3 = 0,\ y_4 = 0,\ y_5 = 1,\ y_6 = 0$$

que reemplazadas en la [6] resulta:

$$0 = y_1 + 1 \quad \therefore \quad y_1 = -1$$
$$0 = y_2 + 1 \quad \therefore \quad y_2 = -1$$

De modo que para una magnitud expresada con la unidad $[A]$ del sistema $[Q]$, reemplazando estos últimos valores en la [5], se tendrá

$$\pi_1 = b_1 [V]^{-1} [\Omega]^{-1} [A]$$

o sea, es adimensionada en $[P]$ y dimensionada en $[Q]$. Procediendo en forma análoga obtendríamos

$$\pi_2 = b_2 [V]^{-1} [\Omega] [L]$$
$$\pi_3 = b_3 [\Omega] [T]$$
$$\pi_4 = b_4 [\Omega]^2 [\varepsilon]$$

que son los números adimensionados que corresponden en el sistema $[P]$ a las unidades dependientes del sistema $[Q]$.

13. Aplicaciones del teorema anterior. — Es común que en las expresiones empíricas que vinculan ciertas magnitudes medibles de un proceso natural, figuren constantes dimensionadas; ahora bien, como dichas expresiones matemáticas deben ser válidas formalmente cuando se varía de una manera cualquiera el sistema de unidades, es conveniente que aquellas constantes figuren en forma adimensionada, porque de este modo quedan invariables en la transformación de unidades.

La transformación referida en el párrafo anterior ya sabemos que es posible cuando el sistema $[Q]$ está formado por unidades independientes y dependientes, y el $[P]$ está formado solamente. por las unidades independientes del primero.

Algunos ejemplos esclarecerán sobre la forma como debe proceders e

a) Consideremos la conocida fórmula de hidráulica que da la velocidad media en canales:

$$v = x\sqrt{ir} \qquad [1]$$

Tomando el sistema de unidades $[L]$, $[T]$, resulta v (velocidad) medida en la unidad $[L]\,[T]^{-1}$; i (la pendiente superficial), que es un número adimensionado por ser relación de dos longitudes, y r el radio medio de la sección, esto es,

$$r = \frac{s\ (\text{sección})}{p\ (\text{perímetro mojado})}$$

estará medido por la unidad

$$[r] = \frac{[L]^2}{[L]} = [L]$$

Aplicando el principio de homogeneidad a la [1], resulta que x debe medirse en la unidad $[L]^{\frac{1}{2}}\,[T]^{-1}$ y, cuando el sistema de unidades adoptadas es:

$$[L] = 1 \text{ metro}, \quad \text{y} \quad [T] = 1 \text{ segundo} \qquad [2]$$

resulta $x = 50\ \text{m}^{\frac{1}{2}} \cdot s^{-1}$; lo que indica que se trata de una *constante dimensionada.*

Para transformar la constante x en una magnitud adimensionada, y, por consecuencia, independiente del sistema de unidades $[L]$, $[T]$ del que depende la [1], deberá adoptarse un nuevo sistema $[Q]$ de unidades introduciendo en el anterior la nueva unidad $[A^{\frac{1}{2}}]^{-1}$, en razón de que x tiene como unidad $[A^{\frac{1}{2}}]$, siendo A una aceleración, que por comodidad podrá tomarse con módulo igual a la aceleración de la gravedad; luego siendo la nueva unidad

$$[\sqrt{g}\,]^{-1}$$

la transformación de x en magnitud adimensionada se escribirá:

$$x' = x\,(\sqrt{g})^{-1} \qquad [3]$$

donde x' es ahora un número, el que, tomando las unidades [2], resulta

$$x' = \frac{50}{\sqrt{9{,}81}} = 16 \quad ; \quad \text{o bien, } x = 16\sqrt{g} \qquad [4]$$

reemplazando la [4] en la [1], se tiene

$$v = x' \sqrt{i\,g\,r} = 16 \sqrt{i\,g\,r} \qquad [5]$$

fórmula en la que la constante 16 no depende de las unidades [L] y [T] adoptadas para medir v, g y r; es decir, la constante ahora es adimensional.

b) Otra aplicación es la siguiente: el movimiento del agua en los conductos, siendo:

$$i \text{ (pendiente)} = \frac{h}{l} \quad ; \quad v \text{ (velocidad)} = \frac{4\,q}{\pi d^2}$$

donde q es el caudal y d el diámetro del conducto, se rige por la ley

$$h = k \frac{l\,q^2}{d^5} \qquad [1]$$

aplicando el principio de homogeneidad es menester que k se mida en la unidad $[L]^{-1}\,[T]^2$, es decir, la recíproca de una aceleración; luego para transformar a k en magnitud adimensionada, será menester introducir como nueva unidad dimensional una aceleración, que por comodidad conviene sea, como en el ejemplo anterior, la de la gravedad; luego:

$$k' = k\,[A^{-1}]^{-1} = k\,[A] = kg \qquad [2]$$

donde k' es un número abstracto. Reemplazando ésta en la [1] resulta:

$$h = k' \frac{l\,q^2}{g\,d^5} \qquad [3]$$

Ahora bien, como $k = 0{,}0025\,m^{-1}\,s^2$, de la [2] resulta:

$$k' = 9{,}81 \times 0{,}0025 = 0{,}0245$$

constante que no dependen del sistema particular [L], [T] en que se medirán las magnitudes que intervienen en la [3].

c) Si la constante dimensionada a transformar fuese la recíproca de una velocidad será conveniente, por ejemplo, introducir en la fórmula una nueva unidad, que podría ser la velocidad del sonido.

$$v_0 = 333 \text{ m} \,.\, s^{-1}$$

Si la constante, en cambio, fuese una longitud o un tiempo, para

determinar la nueva magnitud a introducir se combinarán las unidades g (aceleración de la gravedad) ya empleada y v_0, de modo que se tendrá, respectivamente, para $[l]$

$$[l[= \left[\frac{{v_0}^2}{g}\right]$$

y para $[t]$

$$[t] = \left[\frac{v_0}{g}\right]$$

Si la constante dimensionada a transformar fuese una magnitud de la dinámica, se tratará de escribirla introduciendo como nuevas unidades, por ejemplo: v_c (velocidad de la luz en el vacío o la del sonido en el aire), g (aceleración de la gravedad en el ecuador y al nivel del mar) y δ (densidad del agua o de un determinado cuerpo o la densidad media de la tierra), o cualquier otro grupo de magnitudes que, combinadas convenientemente, permitan formar la o las unidades dependientes de la dinámica que interesan. La condición que conviene sea cumplida por estas nuevas unidades es que sean magnitudes de uso corriente, como las antes mencionadas.

14. Teorema de Buckingham. — Este teorema, denominado también *teorema* π, puede enunciarse así: *si una función*

$$\varphi\,(p', p'', \ldots . p^{(n)}, q', q'' \ldots . q^{(h)}) = 0 \qquad [1]$$

expresa analíticamente la ley que cumple un fenómeno físico, donde p', $p'' \ldots p^{(n)}$ *son* n *medidas constantes o variables de sendas magnitudes hechas con unidades dimensionadas independientes,* q', q'', $\ldots q^{(h)}$ *son* h *medidas constantes o variables de sendas magnitudes dimensionadas hechas con unidades dependientes; tal ecuación puede transformarse en otra,*

$$\psi\,(\pi_1, \pi_2, \ldots . \pi_h) = 0 \qquad [2]$$

denominada función de Buckingham, en la que figuran h *variables* π_i *adimensionales; siendo tanto la función* φ *como la* ψ *de forma polinómica, de acuerdo con el teorema de Bridgman.*

La demostración de este teorema puede hacerse como una consecuencia del teorema desarrollado en el nº 12; en efecto, si designamos con $[P]$ el sistema de unidades independientes formado con las que han servido para realizar las medidas $p^{(i)}$, y con $[Q]$ el sis-

tema de unidades formado con las unidades independientes antedichas y las dependientes que corresponden a las medidas $q^{(j)}$, o sea, de todas las magnitudes que intervienen en la evolución expresada por la [1], según se ha visto en aquel teorema, las $q^{(j)}$ pueden escribirse como magnitudes adimensionadas del sistema $[P]$, de donde resulta que la función [1] podría ser escrita en la forma

$$f(p', p'' \ldots\ldots p^{(n)}, \pi_1, \pi_2, \ldots\ldots \pi_h) = 0 \qquad [3]$$

donde $\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_h$ son adimensionadas.

Con este supuesto, si se escribe la [3] en forma explícita, resultará, por ejemplo, que

$$p_1 = f_1(p'', p''' \ldots\ldots p^{(n)}, \pi_1, \ldots\ldots \pi_h) \qquad [4]$$

pero, por el postulado de homogeneidad, todos los términos de la función polinómica del segundo miembro deben medirse en la unidad en que se mida p', lo cual es un absurdo, por cuanto las unidades de medida p'', p''' ... son independientes de aquélla; y como lo mismo ocurre si, en lugar de p', se toma cualesquiera de las otras magnitudes dimensionadas, resulta que en la función [3], al realizar la sustitución referida, necesariamente deben desaparecer todos los términos dimensionados y, en consecuencia, la [3] no puede tener otra forma que la dada en [2].

Si en lugar de ser q una variable medida con una unidad dependiente, la función considerada hubiera estado constituída por n variables $p^{(m)}$ medidas con unidades independientes, y por una constante k dimensionada con una unidad dependiente, en nada habrían cambiado los razonamientos desarrollados, porque ellos se han hecho sobre la base de las unidades de medida, sin atender a que las medidas respectivas fueran constantes o variables, esto es, el teorema también será válido.

Como ejemplo de este último caso, supongamos tener la función

$$f(t, l, v) = 0 \qquad [5]$$

donde t es la medida de un tiempo de unidad $[T]$, l es la medida de una longitud de unidad $[L]$, y v es una constante medida en la unidad dependiente $[L][T]^{-1}$, luego, escribiendo la [5] en forma explícita

$$v = f_1(t, l) \qquad [6]$$

donde cada término del segundo miembro debe tener forma

$$a_1 \frac{l}{t}$$

siendo a_1 una constante adimensional.

Dividiendo ambos miembros de la [6] por v, resulta que los términos de la nueva función tendrán la forma

$$a_1 \frac{l}{v\,t} = a_1 \pi_1$$

donde π_1 es adimensional; y la función [6] se escribirá

$$\psi(\pi_1) = 0$$

función de una sola magnitud adimensionada, como se habria previsto por el teorema π.

Debe hacerse notar que toda expresión matemática de un proceso natural, y en éstos incluímos no sólo las leyes de la física, sino de las de la geometría, importa una vinculación analítica entre magnitudes donde *siempre debe figurar por lo menos una magnitud independiente y una dependiente.*

A título ilustrativo se desarrolla a continuación una demostración del teorema π, cuando sólo existe en la función [1] una magnitud independiente.

Consideremos para ello una función polinómica

$$\varphi(p') = 0 \qquad [7]$$

donde figura una única magnitud dimensionada independiente, en que p', es la medida y $[P_1]$ la unidad.

Funciones del tipo de la [7] se tienen en geometría, donde la unidad dimensionada independiente generalmente es la longitud $[L]$.

La forma de esta función podrá ser, por ejemplo,

$$a_m p'^m + a_{m-1} p'^{m-1} + \ldots\ldots a_1 p' + a_0 = 0 \qquad [8]$$

donde a_0, a_1, $a_2 \ldots a_m$ son constantes.

Ahora bien, como cada sumando debe ser de igual dimensión por el principio de homogeneidad, y como además se supone que a_0 es adimensional, porque si no lo fuera, para transformarla en un número bastará dividir el primer miembro por la unidad de medida de a_0, resulta que las m constantes a_1, $a_2 \ldots a_m$ deben ser di-

mensionadas; así a_m debe medirse en la unidad $[P_1]^{-m}$ para que multiplicada por p'^m, cuya unidad es $[P_1]^m$, nos dé un resultado adimensionado. En otros términos, en la función [8] figura la medida p', cuya unidad $[P_1]$ es independiente, y las constantes dimensionadas a_1, a_2 ... a_m, medidas en unidades derivadas, y tales que:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= a_1\ p' \\ \pi_2 &= a_2\ p'^2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \pi_m &= a_m p'^m \end{aligned} \qquad [9]$$

son términos adimensionados.

Luego la [8] podrá escribirse entonces en la forma

$$\pi_m + \ldots\ldots + \pi_2 + \pi_1 = 0 \qquad [10]$$

que es una función donde figuran en lugar de términos dependientes de la unidad independiente en que se mide p', tantos términos π_i adimensionados como magnitudes expresadas en unidades dependientes de $[P_1]$ figuraban en la [8], lo que demuestra el teorema en la circunstancia supuesta.

15. Aplicaciones del teorema de Buckingham. — Por de pronto, este teorema nada dice acerca de la forma, o del medio, para encontrar la forma de la función de los números π_i; no obstante, como se verá en los ejercicios que se desarrollan a continuación, es un poderoso auxiliar para determinar el vínculo matemático existente entre varias magnitudes físicas.

En las aplicaciones de este teorema, lo primordial es establecer cuáles son las magnitudes que se estima intervienen en la descripción de una determinada evolución de un sistema material, y escribir cuáles son las unidades en que deben medirse cada una de ellas; y luego, elegir entre dichas magnitudes cuáles deben tomarse como independientes y cuáles como dependientes. Ya sabemos que con estas últimas se formarán los números adimensionados π_i que son esenciales para expresar la función de Buckingham.

Según hemos visto, por la forma en que se condujo la demostración del teorema π, si la magnitud $Q^{(j)}$ dimensionada se mide por la unidad dependiente

$$[Q_j] = [P_1]^\alpha\ [P_2]^\beta\ \ldots\ldots\ [P_h]^\vartheta \qquad [1]$$

el número π_j correspondiente estaba dado por la expresión adimensionada

$$\pi_j = Q^{(j)} \cdot [P_1]^{-\alpha} [P_2]^{-\beta} \ldots\ldots [P_h]^{-\theta}$$

a) Consideremos ahora un primer ejemplo. Si se admite que le ley de la caída en el vacío de un móvil es una expresión en que se vinculan: l la altura; t el tiempo tardado desde la posición $l = 0$ y cuando la velocidad inicial es nula; y g la aceleración de la gravedad, se tendrá:

$$f(l, t, g) = 0$$

Las unidades en que se miden estas m magnitudes son:

$l\,[L]$ longitud

$t\,[T]$ tiempo

$g\,[L]\,[T]^{-2}$ aceleración

que permiten escribir la siguiente matriz:

	l	t	g
L	1	0	1
T	0	1	-2

De la cual se deduce que las determinantes principales son de segundo orden, o sea $h = 2$; luego $m - h = 1$.

Si adoptamos como determinante principal

	l	t
L	1	0
T	0	1

lo que importa establecer que las magnitudes independientes adoptadas son l y t; la magnitud dependiente g es la que dará el único número adimensionado, que será

$$\pi_1 = g\,(l\,t^{-2})^{-1} = \frac{g\,t^2}{l} \qquad [2]$$

y, por consecuencia, la función de los números adimensionados será:

$$\Phi(\pi_1) = \Phi\left(\frac{g\,t^2}{l}\right) = 0 \qquad [3]$$

El teorema de Buckingham nada nos dice sobre la forma de la [3], pero por ser función implícita de una sola magnitud, ésta es una constante que, en general, dará la experimentación, y que en este caso la mecánica teórica permite calcular, dando el valor 2 cuando la caída es libre, y $\frac{2}{\cos \alpha}$ cuando se realiza sobre un plano inclinado que forma el ángulo α con la vertical.

b) Consideremos otro ejemplo: un péndulo elástico, supuesto que el resorte tiene longitud l, cuando no está sujeto a esfuerzos; que k es su constante elástica, t_0 la duración de la oscilación, g la aceleración de la gravedad, α el ángulo de apartamiento máximo con respecto a la vertical, y p el peso del cuerpo suspendido; es decir aquí se tiene $m = 6$.

La función que vincula estas magnitudes será

$$f(l, k, t_0, g, \alpha, p) = 0 \qquad [1]$$

Las unidades en que se miden estas magnitudes, son:

l $[L]$, longitud
k $[F]$ $[L]^{-1}$, fuerza por unidad de longitud
t_0 $[T]$, tiempo
o $[L]$ $[T]^{-2}$, aceleración
α, número abstracto
p $[F]$, fuerza

Las ecuaciones dimensionales permiten escribir la matriz

	l	k	t_0	g	α	p
L	1	−1	0	1	0	0
T	0	0	1	−2	0	0
F	0	1	0	0	0	1

en la cual se advierte que las determinantes principales son de tercer orden, esto es, $h = 3$; por comodidad puede tomarse como determinante principal la siguiente:

	l	t_0	p
L	1	0	0
T	0	1	0
F	0	0	1

lo que importa establecer que las magnitudes independientes serán l, t_0, p; de manera que los $m - h = 3$ números adimensionados, que en este caso son: $\pi_1 = \alpha$, que no necesita afectarlo de transformación alguna por ser directamente un número;

$$\pi_2 = g\,[l\,t_0^{-2}]^{-1} = \frac{g\,t_0^2}{l};$$

y

$$\pi_3 = k\,[p\,l^{-1}]^{-1} = \frac{k\,l}{p}$$

De manera que la función de los números adimensionados será

$$\Phi\left(\alpha, \frac{g\,t_0^2}{l}, \frac{k\,l}{p}\right) = 0$$

que escrita en forma explícita podrá tomar la forma

$$\frac{g\,t_0^2}{l} = \Phi_1\left(\alpha, \frac{k\,l}{p}\right) \qquad [2]$$

o bien

$$t_0 = \sqrt{\frac{l}{g}}\,\Phi_1\left(\alpha_1 \frac{k\,l}{p}\right) \qquad [3]$$

donde la función Φ_1 no está determinada. Sin embargo, en ella se advierte que si $k = 0$, se trata de un péndulo simple, y la [3] toma la forma

$$t_0 = \sqrt{\frac{l}{g}}\,\Phi_1(\alpha)$$

donde la función $\Phi_1(\alpha)$ se determinará en general experimentalmente, aunque en este caso especial es posible calcularla con los recursos de la mecánica teórica.

16. La teoria de los modelos y el teorema de Buckingham. — Es sabido que en la « Teoría de los modelos » se establece la *semejanza de dos sistemas materiales, que están cumpliendo sendas evoluciones*, expresando la constancia de diversos números adimensionados —denominados *escalas*— que son cocientes de magnitudes de la misma especie que se corresponden en aquellos sistemas.

Para ello, en primer término, se establece una correspondencia

biunívoca entre sendos puntos materiales constitutivos de los sistemas y se dice:

a) que hay *semejanza geométrica*, cuando

$$\frac{l}{l'} = \lambda_1 \text{ (escala de longitudes)} \qquad [1]$$

donde l y l' son sendas longitudes medidas entre puntos que se corresponden;

b) que hay *semejanza cinemática* cuando, además de la *geométrica* entre los puntos constitutivos de ambos sistemas materiales y las trayectorias que ellos describen, se cumple la expresión

$$\frac{t}{t_1} = \lambda_2 \text{ (escala de tiempos)} \qquad [2]$$

donde t y t' son sendos lapsos tardados en recorrer espacios que se corresponden;

c) que hay *semejanza dinámica* cuando, además de la *cinemática*, las masas de los puntos que se corresponden, constitutivos de ambos sistemas, guardan la relación

$$\frac{m}{m_1} = \lambda_3 \text{ (escala de masas)} \qquad [3]$$

donde m y m' son sendas masas de puntos que se corresponden; pudiendo aquí, también, tomarse la relación de densidades.

Otras veces se definen semejanzas especiales según el fenómeno que se desea estudiar y, al efecto, se establece la escala de fuerzas o la de diversas otras magnitudes que intervienen en la evolución.

Establecidas así las escalas de las magnitudes independientes, se deducen por relaciones conocidas las escalas de las magnitudes dependientes.

En efecto, si $P_1, P_2, \ldots P_n$, son magnitudes independientes del sistema material I; y $P_1', P_2', \ldots P_n'$, las correspondientes del sistema II; Q_h una de las magnitudes dependientes del primer sistema y Q_h' la correspondiente del sistema II, es sabido que la escala de estas últimas magnitudes es

$$\frac{Q_h}{Q_h'} = \lambda_1^{\alpha}\,\lambda_2^{\beta} \ldots\ldots \lambda_n^{\theta} \qquad [4]$$

donde

$$\lambda_1 = \frac{P_1}{P_1'} \quad ; \quad \lambda_2 = \frac{P_2}{P_2'}, \ldots\ldots \lambda_n = \frac{P_n}{P_n'} \qquad [5]$$

Ahora bien, la [4], teniendo en cuenta la [5], nos permite escribir

$$\pi_h = Q_h P_1^{-\alpha} . P_2^{-\beta} ..... P_n^{-\theta} = Q_h' P_1'^{-\alpha} . P_2'^{-\beta} ..... P_n'^{-\theta} \quad [6]$$

Estos números adimensionados no son otros que los determinados en el n° 12, que figuran en el teorema π del n° 14, de donde resulta: *que dos o más sistemas materiales que evolucionan en forma semejante, tienen los mismos números π, o sea, satisfacen a una misma función de Buckingham.*

De modo que determinada una función de Buckingham por medio de experiencias realizadas en un sistema que llamamos *modelo*, élla es válida para otro sistema material que llamamos *prototipo*, siempre que los cocientes de las magnitudes independientes sean constantes durante sendas evoluciones; tales cocientes, no son otra cosa que las escalas en que la evolución del prototipo está representada por la del modelo.

Como ejemplo tomemos la evolución estudiada en el n° 15-*b*), que corresponde al péndulo elástico, donde se ha determinado la siguiente función de Buckingham:

$$\Phi\left(\alpha, \frac{g t_0^2}{l} , \frac{k l}{p}\right) = 0 \quad [7]$$

siendo

$$\pi_1 = \alpha \quad ; \quad \pi_2 = \frac{g t_0^2}{l} \quad [8]$$

$$\pi_3 = \frac{k l}{p}$$

Y, supongamos que las experiencias hechas con un péndulo elástico *modelo*, han permitido determinar que cuando se toman como datos $\pi_{01} = \alpha_1$; y $\pi_{03} = \frac{k_1 l_1}{p_1}$, resulta que π_2 adquiere el valor particular π_{02}; luego, de acuerdo con lo expuesto, si en el péndulo elástico *prototipo* π_{01} y π_{03} tienen los mismos valores que le corresponden al modelo, también le corresponderá para π_2 el valor π_{02}, de modo que designando a las siguientes magnitudes de prototipo:

l_1 longitud del resorte
t_1 duración de la oscilación
g_1 aceleración de la gravedad

se podrá escribir como correspondiente de la [8],

$$\pi_{02} = \frac{g_1 t_1^2}{l_1} \quad \therefore \quad t_1 = \sqrt{\pi_{02}} \sqrt{\frac{l_1}{g_1}} \qquad [9]$$

expresión que permite determinar el período de oscilación del péndulo elástico prototipo.

Bibliografía

Finzi, B. — « Meccánica razionale ». Tomo I. 1952.

Hill, Walter S. — « Teoría general de las magnitudes físicas ». Montevideo, 1941.

Bridgman, P. W. — « Análisis dimensional ». Publicación de la Universidad de Tucumán.

Spataro, Donato. — « Trattato Completo de Idráulica Teórica e Sperimentale ». Tomo III. Hoepli, 1942.

Berta, Carlos. — « Semejanza mecánica ». Facultad de Ciencias Físicomatemáticas de La Plata, 1944.

SECCIÓN CONFERENCIAS

EL CALDEN (*)

POR EL

INGENIERO AGRÓNOMO JOAQUIN LUIS ALFONSO

Cuando el doctor Liebermann me propuso que desde esta tribuna desarrollara una charla sobre « El Caldén », me encontraba releyendo « Un viaje al país de los Araucanos » de Estanislao Zeballos, obra escrita en 1880.

La coincidencia aceleró la aceptación de la propuesta, movido por el deseo de transcribir algunas observaciones de este interesante escritor en el recordado libro, cuya trama se desarrolla casi íntegramente en la « Tierra del Caldén ».

Comparto el pensamiento de Delaunay en cuanto se refiere a que los hombres de estudio, sin descuidar la ciencia pura, deben atender la faz práctica de sus especulaciones, esforzándose en divulgar conocimientos útiles a la sociedad. Así entiende el ciclo que lleva adelante este Seminario y por ello he estimado conveniente no encarar una conferencia basada en ciencia pura, sino dar a conocer o recordar, a legos e idóneos, algo sobre « El Caldén », y convencido de que conviene la amenidad al fondo de lo propuesto, trataré de envolver el motivo de esta charla con el aporte de coloridas descripciones, pintorescas reflexiones y recordaciones históricas.

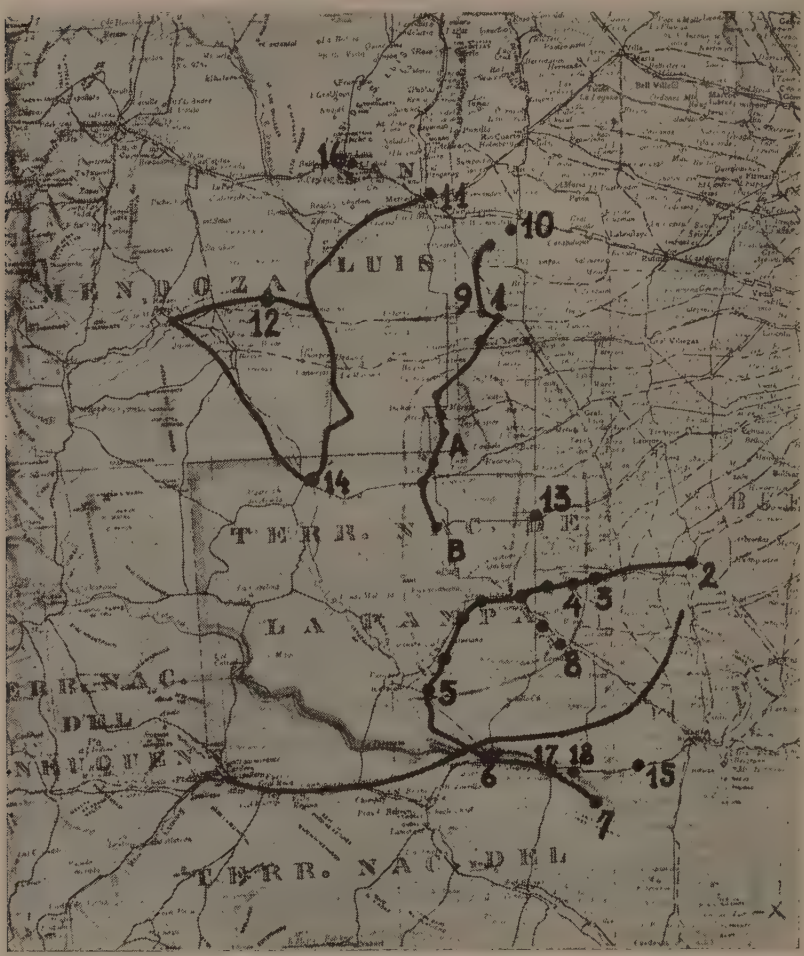
Advertido, pues, el oyente, trataremos de ubicarnos en los *dominios del caldén.*

La modificación de las líneas de fronteras significó siempre para la Argentina un motivo de progreso. Se aumentaba el territorio en manos civilizadas y se constreñía al indio a lugares alejados, cuando no se lo asimilaba.

Las expediciones realizadas por aquel motivo también representaron un valioso aporte para el conocimiento científico de los veda-

(*) Conferencia pronunciada por el autor en el Seminario Francisco P. Moreno de la Sociedad Científica Argentina el 23/5/51.

dos dominios de los indígenas, ya que con ellas iban frecuentemente, como acompañantes, hombres de ciencia, misioneros, escritores etc.



Los misterios de las tierras donde moraban las tribus ranqueles y araucanas, en cuanto se refiere al Este de esos dominios, comenzaron a develarse con las expediciones militares o científicas de Lucio V. Mansilla (1869), Estanislao Zeballos (1879), general Eduardo Racedo (1879), Lorentz y Niederlein (1880) (Expedición del general Roca), Eduardo Kurtz (1881), Juan B. Ambrosetti (1893), y Eduardo Ladislao Holmberg (1898), que por lo general profundi-

zaron observaciones desde el punto de vista botánico. Esta es la razón por la cual documentaré mis palabras con el aporte de esos hombres que tanto hicieron por el país en épocas tan difíciles.

En la bibliografía que ellos nos legaron, la búsqueda sobre « El Caldén » ha sido realizada con el ánimo de llevar hasta ustedes la idea de la región que cubría esta especie endémica en aquellos tiempos, para comparar con la que de ella queda actualmente.

Lucio V. Mansilla, ascendido a coronel por méritos de guerra en 1869, es designado jefe de la frontera de Córdoba al término de la guerra de la Triple Alianza. Es en misión de servicios que se adentra en el territorio de La Pampa a fines del mismo año y principios del siguiente. Sus chispeantes memorias, llevadas al libro, resumen una serie de datos de alto valor para determinar el límite norte del *bosque de caldén.*

Sale esa misión del fuerte Sarmiento, pasa, descansa o espera la luz del alba del nuevo día, por Arganas, Laguna Alegre, Monte de la Vieja, Zorro Colgado, Laguna del Pollo, Usgelo, Colí-Mula, Ralicó, Aguada de Tremencó, Laguna del Cuero, La Verde, Aillancó, Calcumuleo hasta Leubucó, donde estaban las tolderías de Mariano Rosas, cacique ranquel ahijado de don Juan Manuel de Rosas.

A lo largo de este itinerario, que he reconstruído con una línea, valiéndome de mapas de la época y en especial de la « Carta topográfica de La Pampa y de la línea de defensa contra los indios » (1875) ordenada por el doctor Adolfo Alsina, se cita con frecuencia al *caldén,* al *algarrobo* y al *chañar* y, en su parte norte, al *alpataco.*

Al llegar al Cuero —1— (1), escribe Mansilla: « hermosos, seculares *algarrobos, caldenes, chañares, espinillos* —bajo cuya sombra inaccesible a los rayos del sol crece frondosa y fresca la verdosa gramilla— constituyen estos montes, que no tienen la belleza de los de Corrientes, del Chaco o Paraguay » y, luego de hacer un contraste con los de estos últimos lugares, agrega: « No he visto, jamás, en mis correrías por la India, por Africa, por Europa, por América, nada más solitario que estos montes del Cuero. Leguas y leguas de árboles secos, abrasados por la quemazón; de cenizas que envueltas en la arena se alzan al menor soplo de viento, cielo y tierra; he ahí el espectáculo ».

Esta última observación, me obliga a traer a colación la cita de

(1) Los números entre guiones corresponden a las indicaciones del mapa.

Monticelli (1) sobre un trabajo de Oscar Schmieder de la Universidad de California: « En estos folletos, dice, documentados por quien seguramente ha vivido entre nosotros, se cita la opinión de Darwin y de Grisebach, concordantes en atribuir la falta de bosques en la pradera pampeana a la acción de los vientos fuertes y continuados. Esta explicación debe descartarse ante la experiencia concluyente del monte artificial que hoy es abundante. Trae luego la opinión de Kurtz, el cual reconoce que no puede invocarse el régimen de las lluvias como causa, por la misma razón de los montes artificiales allí existentes, y ensaya explicarlo por una cierta distribución de las aguas subterráneas sin reparar que vuelve a caer en la misma contradicción. Schmieder da por seguro que no se deben invocar razones climáticas o edáficas, e intenta demostrar que la estepa o pradera no es la clímax (vegetación primitiva), basando su razonamiento en numerosas citas del período colonial que acusa la existencia primitiva de bosques hasta las puertas mismas de la capital y que hoy habrían desaparecido. La idea que inspira el estudio es una acusación a los españoles, quienes a su juicio, se encargaron de completar la obra destructora de los bosques comenzada por los indios ».

Estimo que los indios en sus luchas internas, como así durante las correrías de los malones, han quemado extraordinarias superficies boscosas, al igual que posteriormente los colonizadores, lo cual mueve a decir también a Holmberg (2), al referirse a las grandes extensiones destruídas por el fuego, que « no se nota en nuestros habitantes, ningún apego al bosque ».

Acompañemos ahora al doctor Estanislao Zeballos en su itinerario del año 1879, partiendo desde Guaminí, por ser esta su primera cita para el *caldén*.

Esa preciosa villa de Santa María de Guaminí, con sus 400 cristianos, 60 indios con sus mujeres e hijos aprendiendo a leer y escribir, representaban un oasis, con cercos de « tapia de cajón », en medio de aquel desierto.

« Mi imaginación se exalta », dice Zeballos, « cuando al llegar a la estación telegráfica oigo las palpitaciones del aparato Morse en aquel desierto, pensando que la toldería secular era hoy (a menos de tres años de su ocupación) una villa pintoresca, unida no sólo

(1) Monticelli, J. V. — « Anotaciones fitogeográficas de la Pampa Central ».
(2) Holmberg, E. L. — « De Buenos Aires a la Cumbre ».

a las capitales argentinas sino a los cinco continentes por el alambre eléctrico ».

Es en esos días que el presidente de la República, decreta la colonización de Guaminí, Carhué, Puán y Puerto Argentino, sobre la línea de la frontera.

Ubicados en este lugar, lleguémosnos a la Laguna del Monte —2—, dentro de la que emerge cubierta de frondosa vegetación la homónima isla, a la que le debe el nombre, « en cuya arboleda, dice Zeballos, aletean y cantan innumerables aves que el hombre no molesta en sus persecuciones crueles ».

Comenta este autor que sobre tal vegetación nada supieron los expedicionarios más antiguos, pues la profundidad de las aguas impedía llegarse sin la ayuda de una embarcación. Fué Freire, con nadadores y botes, que venció el pequeño obstáculo y « descubrió » sus especies, que serían las mismas de la floresta pampeana: *caldén, chañar, sombra de toro* y *tala.*

Esa vegetación constituye para Zeballos, ya entonces, una interesante anomalía del panorama y busca su explicación, pues en « muchísimas leguas a la redonda el campo, ondulado, no alimentaba vegetación florestal ».

La explicación la halla en la diseminación de las especies por las aguas corrientes de los ríos, principalmente el Quinto por el este y el Chadí-Leuvú por el oeste, fijando la laguna del Monte como antiguo desagüe del Chadi-Leuvú y dando la misma explicación para las arboledas señaladas en el valle de este cerrado lecho, entre Salinas Grandes y Thrarú-Lauquén.

Este testigo, a mi juicio, reafirma la teoría sobre la retrogradación de los bosques en esa región, a consecuencia del fuego. El de la isla, en Guaminí, supervivió en una zona arrasada por milenarias y sucesivas quemazones porque la barrera del agua impidió que fuera devorado por las llamas.

Así, previa explotación, en Santa Fe consume el fuego lo que del bosque queda para dar paso a los cultivos; así igual se anula, en el Chaco y Formosa, para dar lugar a los algodonales; así desapareció en Tucumán para ser suplido por la caña; así en Salta y Jujuy para los frutales, y así también en las Pampas, sin que veamos aquí, como en aquellos lugares, el engañoso espejismo de tentadoras razones económicas.

Monticelli (1), en cambio, sostiene que la ausencia de árboles de la pradera pampeana se debe únicamente « al carácter moderno del suelo o loess pampeano », idea que también comparte Hauman, según cita de Parodi.

Cabría aquí un interrogante: ¿cómo hay y hubo bosques, en mayores extensiones aún, dentro de la región descripta, que también conforma a esa calidad?

Nuevamente reitero que me inclino a creer que ha habido « desaparición moderna de bosques » en esta región, como antiguamente las hubo de *araucarias* en plena meseta patagónica, si bien las causales fueron distintas.

Sin duda la acción destructiva antropozoica ha motivado que el *caldén,* en vez de avanzar, haya retrocedido hacia su epicentro natural.

Volvamos al hilo del asunto. Zeballos avanza luego en ese desierto hacia el oeste y pasa por Leubucó (2), Tromen-Lauquén, hasta llegar a Atreucó —3—, señalando aquí la presencia de los primeros montes desde su salida de Guaminí, compuestos de *algarrobo blanco, espinillo, chañar* y algunas *acacias.* Está ya Mamuel-Mapú (3) y luego alcanza Quethre-Manuel donde el bosque se define firmemente, constituyendo ya no islotes de árboles sino una selva tupida y espesa, donde encuentra Zeballos « el primer bosque de *caldenes colosales* ». Más adelante, después de una travesía por arenales, penetra en otro bosque de *caldenes* que bautiza con el nombre de « Cabo Soto » —4—, en honor del soldado promovido a cabo, que durante nueve días, perdido en esas tierras, huyó de los indios « sin que fuera batido por el hambre, la sed, ni la persecución pavorosa del vándalo enfurecido » y que, en cambio, lo desmayara la emoción suprema de ver flamear su bandera al reencontrar el campamento. En el bautizo de ese bosque, hoy lugar, así dijo Zeballos: « que estos *caldenes,* testigos de los supremos dolores de su fuga, conservan su nombre como el de uno de los obscuros mártires de la conquista del desierto!! ».

Relata aquí el citado autor el aspecto de esos bosques con estos

(1) MONTICELLI, J. V. — *Obr. cit.*

(2) Leubucó, del araucano; Leubú, igual a río; có, agua, es decir « agua corriente ». Por ello es frecuente ese nombre señalando distintos lugares geográficos.

(3) Del araucano: comarca o país de los montes.

términos: « El estado de los montes era conmovedor. Los indios en su desesperación, agredidos por el ejército en sus propios toldos, pusieron fuego a los campos. Las huellas, que por doquiera miro, revelan que este territorio fué, no ha mucho, un océano de llamas. La misma selva lo era de fuego. Ahí están sino los colosos convertidos en esqueletos de carbón, brotando de nuevo del tronco mismo, cuando no derrivados por el huracán. En 1889, cuando el General Levalle regresaba de una de las expediciones, con centenares de prisioneros, los bárbaros lo perseguían con el fuego. El viento era en la dirección que Levalle llevaba y le quemaron los campos a retaguardia. El incendio colosal avanzaba con rapidez vertiginosa y pronto rodeó el campamento de nuestros soldados. Fué necesario marchar rápidamente de noche para salvarse del oleaje gigantesco de las llamas que se alzaban desde las gramíneas hasta las copas de los seculares *caldenes,* iluminando con su resplandor siniestro los regimientos y los batallones delante del fuego y a retaguardia los indios, que contemplaban como legiones de demonios, el cuadro pavoroso de su obra. Palpitan a la vista las huellas del estrago espantoso en un espacio de miles de leguas cuadradas!! ».

Más adelante, en su expedición, llega al Sauce, donde la arboleda continúa compuesta por *algarrobos, espinillos, chañar, sombra de toro,* que cita con sus nombres técnicos además del *caldén;* pasa por Quethre Huithrú [1], caldén solitario de 20 metros de alto y 250 metros cuadrados de área proyectada, con un suelo poblado de hijos de este viejo ejemplar en cuyo tronco se grabó a cuchillo: « Dr. Adolfo Alsina ».

Acampa luego en Thrarú Lauquén, donde también hay bosques de *caldén* y cita el empleo de esta madera en fuertes y pesados arados, como así en platos, cucharas, morteros, bateas, etc., que revelan la habilidad del paisano araucano para tallar y pulir la madera de sus comarcas.

Siete leguas más adelante, en Mehuaca; pernocta dentro « de una selva de *caldenes, algarrobos* y *espinillos* de dos kilómetros cuadrados de superficie ».

Después de pasar por Urre-Lauquén alcanza la sierra de Lihué-Calel donde, tras una interesante enumeración de especies botánicas con su terminología latina, cita a « el alto y abierto *caldén cercano* pariente de los *blancos* y *negros algarrobos* ».

[1] Del araucano: Quethre, solitario, y Huithrú, caldén.

Desde entonces, hasta poco después de la confluencia del Colorado con el Callvucurá, - 6 - no vuelve a citar el *caldén* en el texto de su libro; empero, en las planillas de distancias y rumbos al salir de punta del Monte —5— acota: « termina aquí la selva (1) de grandes *caldenes* que por tantas leguas nos han acompañado y favorecido ».

Al referirse a los árboles de Callvucurá expone « la selva negra, de añosos y corpulentos *caldenes* y *algarrobos,* ya achaparrada, aparece siempre negra y carbonizada como la hemos visto desde Salinas Grandes, exhibiendo la última palpitación sombría del furor de la barbarie ».

He aquí repetido, otra vez más, el fuego como factor de desaparición de esos bosques.

Como última referencia a este árbol cabe consignar la de Loncohuaca —7—, cuya presencia, dice, es ya escasa, pero donde se conserva, entre las ruinas de las tolderías araucanas, el árbol sagrado, el más corpulento de todos ellos, a cuya ramazón los creyentes paisanos (2) depositaban sus ofrendas.

Juan B. Ambrosetti, en su viaje a La Pampa Central (1893) sigue, al comienzo, el itinerario de Zeballos, mereciendo indicarse su referencia cuando dejando atrás a Atreucó —3— dice: « el viaje se hacía cada vez más pesado por la cantidad de arena, al mismo tiempo que puede decirse que entrábamos en la región del monte compuesto en su mayor parte de *algarrobos, espinillos, chañares,* etc. para continuar más adelante, casi exclusivamente, el *caldén* ». Antes de llegar a Sauce, pone en evidencia que « los árboles de *caldén* se muestran cada vez más grandes ».

Deja luego atrás Monte Blanco, Algarrobito, Rucamila; llega hasta donde actualmente se levanta General Acha, siguiendo después al S. E. hacia Ucal —8—. Es aquí su última cita sobre bosques de *caldén.*

También Ambrosetti lamenta las grandes extensiones de bosques destruídos por incendios, y dice « que los bosques con este forestal constituyen un gran recurso para la ganadería por sus frutos ».

El General Eduardo Racedo en la 3ª Expedición al territorio de los Ranqueles en 1879, siguió, 10 años después, el derrotero de Mansilla.

(1) Zeballos aclara que el término selva lo emplea como sinónimo de monte o bosque.

(2) El araucano se ofende a llamárselo indio; paisano es la acepción usada.

Sus observaciones fueron especialmente sobre cuestiones tácticas y militares; no obstante, confirma antecedentes sobre el *caldén* que ya suministrara Mansilla y lleva la indicación aún más al Norte: a Ugnelo —9— a 34° 45′ 14″ de Latitud Sur.

Entrando a considerar los estudios botánicos de Lorentz y Niederlein, que acompañaron al General Roca en su expedición al desierto, los de Kurtz y de Holmberg, también se comprueba la existencia del *caldén* a grandes distancias de los lugares donde hoy se asocia o consocia.

Holmberg cita los primeros bosques de chañar a 517 kilómetros al Oeste de Buenos Aires y lleva la distancia a 600 kilómetros —10—, sobre aproximadamente el paralelo de 34° L. S., para señalar la presencia de los primeros *caldenes* en la formación que él llama *monte oriental* o de los *Prosopis*.

Empero, aún más al Norte, indica la existencia de este forestal en Villa Mercedes (San Luis) —11— y acota que no hace muchos años aquellos lugares estaban cubiertos con árboles de esta especie de más de 1 metro de diámetro y cita hacia el S. E., a ambas márgenes del río V°, la presencia de anchas fajas de *caldén*.

Lorentz y Niederlein parecen haber bordeado la presencia del *caldén*, pues su itinerario fué el E. y S. de la formación. La seriedad de sus trabajos permiten afirmar que el *caldén* no se encuentra en los lugares recorridos no obstante haber pasado muy próximo, pero al Norte, de sitios donde aún hoy existe y que cita Monticelli (1) en las cercanías de la estación Algarrobo, Provincia de Buenos Aires.

Kurtz (2) incursiona sobre el N. y O. del área geográfica de esta especie haciendo una pequeña entrada en el territorio de La Pampa, hasta la confluencia de los desaguaderos del Atuel y Salado.

Cita en su recorrido con frecuencia al *caldén*, llevando el límite, hacia el O., hasta la ribera derecha del río Diamante —12—, cubriendo los médanos que lo rodean.

Monticelli, en época más reciente, señala ya su existencia, en su límite Este, en las proximidades de Santa Rosa —13—, en una agrupación de unas 300 hectáreas con *caldenes* diseminados a 20 m uno de otro, y lo determina hacia el Sur, con árboles aislados, en la estación Algarrobo —15—, como ya lo indicara anteriormente.

(1) Monticelli, J. V. — *Obr. cit.*

(2) Kurtz, F. — « Dos viajes botánicos al río Salado Superior ».

Por otro lado lo señala formando pequeñas proporciones dentro del bosque que bordea ambas márgenes del Salado, prolongación del Desaguadero —14—.

Burkart, de acuerdo al material estudiado (1), lo cita como herborizado en el Volcán, cerca de la capital de San Luis —16—, en Villa Mercedes de la misma provincia, en Santa Rosa, Río Colorado —17— y en General Acha, de La Pampa, y también indica el *caldén* en Anzoategui —18— en el mismo territorio.

El estudio forestal más completo, de data reciente, sobre esta especie que se desarrolla en un ambiente de « parque natural », es el de Carmelich y Koutche (2), quienes fijan la zona boscosa explotable del *caldén* entre los paralelos 35° 15′ y 38° 20′ de L. S. y los meridianos 64° y 65° 45′ de longitud Oeste, mientras que el área geográfica la admiten aproximadamente entre los 34° y38° L. S. y 64° y 66° L. O. Greenwich, descartando algunas citas de orden botánico.

En base a esa información, he llevado al mapa esas dos áreas, la que complemento con la obtenida con los datos que suministran los autores citados a lo largo de esta charla, en cuanto se refieren a la existencia de bosques densos. Se marcan, además, las referencias de formaciones en otras zonas más alejadas, como así de árboles o grupos aislados que alcanzan desde San Luis hasta el Río Colorado, y desde la Laguna del Monte al Río Diamante.

Este panorama gráfico es tan claro que priva extenderse en más consideraciones. Sin contar lo que se pudo quemar o utilizar dentro de las zonas A y B, se observa que el bosque ha retrocedido hacia el Sud y el Oeste casi 55 y 80 kilómetros, respectivamente, en menos de 70 años, de acuerdo con la tercera línea reconstruída.

Es de lamentar que en presencia aún de la continuidad de una inconveniente política, no se tomen, con urgencia, medidas para terminar con un proceso que lleva a la esterilidad y que ya ha motivado el éxodo de colonias agrícolas completas en busca de mejores horizontes.

Esta admirable especie arbórea, que la naturaleza pareciera haber dispuesto como protectora de una región, parece condenada a desaparecer sino se aplican a la brevedad, racionales medidas ten-

(1) Burkart, A. — « El nombre científico del caldén en La Pampa ».
(2) Koutche, V., y Carmelich, J. N. F. — « Estudio forestal del caldén ».

dientes a la conservación, mejoramiento y ampliación de esos bosques.

Es probable que, en el decurso ya de siglos, ese despiadado ataque al bosque y su tala, en pro del campo cultivable, sean causa de descensos de lluvias y de aridez en la región, que se evidencia en la declinación de los cultivos y la disminución de la receptividad ganadera, como así, libradas de barreras, las densas nubes de polvo que el viento arrastra, asuelen las regiones desmontadas.

No existiendo ya bosques fiscales en La Pampa, proponía hace años (1) que el Estado adquiriera una extensión determinada de bosques que permita la conservación de la especie, evitando, así, su total desaparición. Este sería, quizá, el primer paso para una experimentación, ya sea con fines de conservación o propagación del bosque. Puede ocurrir que cuando la evolución experimental llegue a su término —con todas las vicisitudes de éxitos y fracasos imprevistos— convenza de que el destino económico de toda la región del *caldén* sea para bosques y no para agricultura.

Con referencia a la evolución experimental, entendemos por ella las diferentes fases del ensayo, y que, por lo tanto, puede dividirse en sistemas silviculturales: la regeneración de un nuevo bosque de caldén o renovación artificial con otras especies económicamente de mayor valor y aptas al lugar o bien por medio de una combinación de los dos sistemas.

Entrando en la consideración del individuo, cuyo habitat he bosquejado, diré que esta leguminosa del género *Prosopis* está ubicada dentro de la *Sección Algarrobia,* notoria por sus dificultades sistemáticas, siendo identificada, casi siempre, en forma errónea, como *Prosopis Algarrobilla Grisebach.*

Burkart (2) demuestra esta equivocación, como así las imposibilidad de aceptar algún otro nombre de sus anteriores descripciones, como consecuencia de la ley de homonimia, razón por la cual la señala como una nueva especie *Prosopis caldenia Burk,* en 1940.

Sin embargo Monticelli (3) sostiene acertadamente, con anterioridad, que el *caldén* carece de nombre científico y sugiere el de *Prosopis Caldén,* que estimo es el que corresponde (4) y cuya reivin-

(1) Alfonso, J. L. — « Forestales indígenas en la Argentina ».
(2) Burkart, A. — « Materiales para una monografía del género Prosopis ».
(3) Monticelli J. V. — *Obr. cit.*
(4) A mi juicio el nombre debería haber sido *Prosopis calden* Burk.

dicación se impone, no obstante no haber llenado la formalidad de la descripción.

El *caldén* tiene marcada tendencia a agruparse en consociaciones, distribuyéndose esas reuniones puras a guisa de sabanas en estepas de pastos duros, semejando, muchas veces, parques naturales.

A pesar de ese predominio se le encuentra mezclado con otras especies, cuyas principales ya he indicado anteriormente.

Tanto los bosques puros, como aquellos en que el *caldén* vive asociado, tienen una fisonomía particular que le aporta la falta de densidad propia de la constitución de un bosque. Las fotografías que se pasarán a continuación muestran claramente esa particularidad unida a la falta del soto bosque.

Dentro de su área geográfica, esta leguminosa está muy lejos de ocupar la totalidad del espacio ya que se presenta en forma de macizos raleados, fajas o isletas de superficie varia, separadas irregularmente, dentro de las cuales crece a distancia suficiente como para que sus copas raramente se toquen.

No obstante en lugares favorecidos por la composición del suelo, como por su orientación y altimetría, se encuentran consociaciones mucho más densas.

La falta de densidad del bosque podría explicarse como consecuencia de la competencia radicular, por cuanto las raíces del *caldén* son muy superficiales y llegan a tener hasta 30 metros de largo.

Es una especie de porte mediano, cuya altura muy pocas veces excede de los 11-12 metros, estando entre los 5 y 8 metros la más frecuente. Algunos ejemplares alcanzan el metro y medio de diámetro, pero los más comunes fluctúan entre 20 y 80 cm.

Por lo general se ramifica a poca altura del suelo, siendo de fuste bajo y proporcionando, por ello, rollizos y ramas gruesas de escaso largo y marcadamente retorcidas.

Holmberg [1] no recuerda un solo árbol más interesante que el *caldén*: « su ramas retorcidas y espinosas con su corteza y la del tronco obscura y resquebrajada, lo rudo de su aspecto, lo áspero de su masa, la nobleza de su porte, y algo que emana de su conjunto en la selva » le hacen recordar los robles y las encinas a los que se asemeja el árbol cuya semblanza estoy haciendo, y recuerda

[1] Holmberg, E. L. — « La Flora de la República Argentina ».

« que a su sombra los rudos germanos de otros tiempos, ejecutaban sangrientos sacrificios en honor del Dios Teutátes » y, curiosa coincidencia, en aquellos árboles crecía un planta llamada « gui » o muérdago sagrado, en su traducción, lo mismo que en el *caldén*, árbol sagrado de los araucanos, « radica también el Loranto de rojas flores ».

Sus hojas son caedizas, compuestas, bipinadas, con uno o dos pares de pinas por hoja de 2 ½ a 4 ½ cm de longitud. Los folíolos son de color verde obscuro, en ambas caras, compuestos y paripinados, en número variable de 20 a 35, insertos entre 1 y 2 mm. De forma elíptica u oblonga y de borde liso, obtusos y sentados, de 4 a 7 mm de ancho, por 0,5 a 1,5 cm de largo.

La defoliación de estos árboles se verifica normalmente en mayo-junio, y brota a fines de septiembre y principios de octubre coincidiendo con la aparición de las flores o luego de ellas.

La inflorescencia se dispone en espigas de color amarillo con leve tono naranja. El raquis alcanza 8 cm de largo, mitad del cual es ocupado por las flores. Florece todos los años, pero la fructificación es irregular, pues está supeditada a factores climáticos regionales no siempre favorables. Las heladas y excesos de lluvias primaverales, que dificultan la polinización, condicionan la irregular periodicidad y abundancia de la fructificación de esta especie que tiene, por cierto, una importante gravitación dentro de la economía ganadera de esa región.

Si la normal floración, por causas ajenas a la biología de la especie, no se cumple en su época, vuelve a echar flores en el decurso de enero, pero lo hace en pequeña escala y sin producir cosechas abundantes.

Los frutos son legumbres generalmente helicoidales, de hasta 15 cm de largo por 1 cm de ancho, amarillos, gruesos, divididos internamente en lóculos con sendas semillas, pequeñas, achatadas y circulares, de 1 a 3 mm de diámetro.

Estas chauchas son muy apetecidas por la hacienda que apacenta en estas regiones, que sufren prolongadas sequías, coincidiendo esos años, por lo ya expuesto, con los de gran producción de legumbres, base, entonces, de su alimentación.

Hace 60 años Pedro N. Arata señaló el valor forrajero del *caldén* cuyas algarrobas son muy apetecidas y engordan mucho, aconsejando su cultivo.

El poder nutritivo de estas vainas es elevado; así lo determina el análisis que aporta Leonardis (1) cuyos por cientos son los siguientes:

Semillas	37,14
Pericarpio y pulpa	62,86
Humedad	12,52
Extracto etéreo (grasa)	2,12
Celulosa	30,50
Azúcares reductores	8,20
Proteínas	13,75
Cenizas	2,30
Almidón e hidratos de carbono	30,61

Cenizas

Hierro y aluminio (Fe_2O_3; Al_2O_3)	0,92
Calcio (CaO)	0,48
Magnesio (MgO)	0,17
Fósforo (P_2O_5)	0,06

Ante la presencia de estos análisis, semejantes a los de los frutos del *algarrobo* —árbol indígena difundido en gran parte de nuestro país y a quien los españoles bautizaron con ese nombre por el parecido del porte y de sus frutos al algarrobo europeo (Ceratonia Siliqua)— y del cual se infiere su alto poder nutritivo, me inclino a pensar que si el *caldén* hubiera habitado en las tierras de los guaraníes, él también hubiera sido llamado en esa dulce lengua « Ibopé ».

Storni (2), luego de indicar que la tradición está enriquecida con sucesos que se refieren a este árbol, por lo que significaron para la alimentación, para la preparación de bebidas saludables y por vinculaciones profundas con el espíritu y la vida de los aborígenes, da la interpretación de Ibopé, de I: estar; bo: almuerzo; o lo que ofrece para comer y pé: sendero o camino.

En verdad no hay palabras para ponderar la belleza y la precisión del guaraní, que con una breve palabra nos da a entender todo su sentido bromatológico. Ibopé traducido significa, pues, « lo que está en el camino para que el viajero coma ».

Han resultado infructuosas mis búsquedas para hallar en el nombre indígena « Huithrú », con el cual los araucanos distinguían

(1) Leonardis, Rosario F. J. — « Arboles de la Argentina y sus aplicaciones ».
(2) Storni, Julio C. — « Hortus Guarensis ».

al *caldén,* un significado especial que explicara el porqué del apelativo. El hojear diccionarios fué también trabajo vano quizás por ser en su mayoría editados en Chile donde el *caldén* no vegeta naturalmente.

Solamente he hallado en « Toponimia Patagónica de Etimología Araucana » (1935/36) del entonces Mayor Juan Domingo Perón, la traducción literal de « Huithrú »: *cuchara,* que nada aporta al deseo. Tampoco he encontrado ninguna palabra parecida que arrojara alguna luz y que pudo desfigurar el uso o que su interpretación fonética equivocara su traducción literal castellana.

Debo agregar que, en forma vernácula, los araucanos denominaban al algarrobo con el nombre de « Huanca ».

La corteza, de espesor variable entre 2 y 3 cm, es de color castaño grisáceo, muy rugosa, con hendiduras verticales o algo oblicuas, bastante remarcadas.

Esta corteza está vestida en los troncos de líquenes agrisados y de sus ramas penden muchos claveles del aire (1).

Zeballos (2) ya describía las características de esta madera y la comparaba con el cedro y la caoba, sin lustrar, por su estructura y aspecto un tanto brillante.

Sin compartir plenamente esta aseveración, debo manifestar, sin embargo, en mérito a su buena calidad, que junto con el algarrobo podría subvenir exitosamente a todas nuestras necesidades de carpintería fina y ebanistería si se procediera a una adecuada reforestación con estas nobles especies.

Tienen estas dos maderas extraordinario parecido macroscópico, pero en sus características tecnológicas, según Tortorelli (3), se advierten ciertas diferencias en la disposición y constitución de sus elementos cuando se profundiza su microxilología.

En un corte transversal del tronco observamos una marcada diferencia entre la albura (sámago) y el durámen (corazón). La primera es de color amarillo ocre de 1 ½ cm de grueso, no utilizable como material de obra porque es muy propensa al ataque del taladro y polillas, aun labrada, pulida, pintada o lustrada. Los pisos de « parquet » que incluyen una pequeña porción de albura dan pésimos resultados.

(1) Holmberg, E. L. — « La Flora de la República Argentina ».
(2) Zeballos, E. S. — *Obr. cit.*
(3) Tortorelli, L. A. — « Maderas argentinas ».

En cambio el durámen, cuando ha sido bien estacionado, rinde una madera excelente; es de color castaño amarillento, recién cortado, que se torna por oxidación castaño obscuro, adquiriendo, a veces, tonalidades rojizas.

Su peso específico, con estacionamiento adecuado (12 % de humedad más o menos), es de 630 Kg/m^3, mientras que verde, recién cortada, es de 1150 Kg, lo que demuestra ya la porosidad de esta madera; es más bien semi-dura, siendo la dureza media 5,59 y 3,23 unidades Brinell, según se mida en el sentido de las fibras o perpendicular a las mismas; la carga específica a la compresión es de 377 a 379 kg/cm^2 (1).

Resulta de excelente duración a la intemperie y bajo agua; no así en contacto con tierra húmeda, y es resistente al desgaste.

Entrando en la consideración de sus aplicaciones debemos indicar que dos importantes industrias se han radicado en la provincia Eva Perón para el aprovechamiento de esta madera; se trata de la fabricación de tarugos para pavimentación de calzadas y la preparación de listones y mosaicos de « parquet ».

Previo a hacer consideraciones sobre la aptitud del *caldén* para la fabricación de tarugos para pavimentación, es conveniente aclarar algunos conceptos erróneos, basados en informaciones inexactas, y difundidos por personas interesadas en la venta de adoquines de algarrobo con el objeto de desacreditar un producto que les resultaba un serio competidor.

La versión más conocida y grave es la referida al completo fracaso de la pavimentación de algunas calles de la ciudad de Bahía Blanca en la que se empleó tarugos de *caldén*. Sin embargo, peritos del Estado llegaron a la conclusión que las calzadas que se levantaban, en la antedicha ciudad, después de cada lluvia, no eran construídas con *caldén* sino con *algarrobo*, o mejor dicho, de las 62 cuadras pavimentadas en 1910, 2 solamente lo eran con *caldén* y las 60 restantes con algarrobo procedente de Córdoba. El fracaso no era consecuencia de la madera empleada, ya que ella ha demostrado óptimas cualidades en numerosas oportunidades, sino causado por la pésima construcción del contrapiso.

Una prueba de que el *caldén* es una excelente madera para pavimentación se demuestra con el tramo de la calle Sarmiento com-

(1) Leonardis, R. F. J. — *Obr. cit.*

prendido entre Carlos Pellegrini y Suipacha, el cual al llegar al máximo de duración exigido por la Municipalidad se mantenía en perfecto estado, sin pozos, baches o rajaduras.

Por otro lado, experiencias sobre desgastes realizadas en la máquina Amsler demostraron que el *caldén* es más resistente que el *algarrobo* del sur. El desgaste provocado con arena seca fué para el caldén 0,3, 0,1, 0,2 y 0,1 mm y para el algarrobo 0,2, 0,2 0,4 y 0,2 mm.

Aquella industria produce tarugos de tres formatos: los grandes de 14 × 10 × 6 cm; los chicos de 12 × 10 × 6 cm, y las cuñas con un corte oblículo de 45°. Están confeccionados de modo tal que al colocarlos el corte transversal forme la superficie de la calzada; debe estar, además, esta cara libre de nudos. La diferencia entre el espesor y la altura, cuando podrían ser iguales, es una razón de técnica para evitar que puedan confundirse los obreros en su correcta colocación cuando construyen los pavimentos.

Estos tarugos se venden en el comercio por millar, que no son, por cierto, mil adoquines, pues una unidad incluye un tarugo grande y una cuña o bien tres tarugos chicos.

En la producción del « parquet » tiene gran demanda a pesar de su color un poco subido. Los listones que se confeccionan tienen 2,54 cm de espesor, 7,62 cm de ancho y largo variable entre 20 y 90 cm.

Se la emplea también en la fabricación de muebles rústicos y « he visto un juego de escritorio que podría hacer honor a cualquier oficina » (1).

El *caldén* se usa en gran escala para hormas de sombreros y zapatos, camas y masas de ruedas, tallado, leña y carbón vegetal.

Como leña, explotación primitiva de estos bosques, tiene un poder calórico superior elevado: 4200 calorías (Latzina) ó 4700 para el absoluto (Melillo) y se comercia en dos tipos: campana (sin corteza ni albura) y media campana (sin albura), pues raramente se vende verde dado su alto índice higroscópico. El carbón rinde cerca de 7.500 calorías.

Se usa también para hacer escaleras, molinetes, poleas, roldanas, umbrales y dinteles (2).

(1) Carmelich, J. N. F., y Koutche, V. — *Obr. cit.*

(2) Devoto, F. E., y Rothkugel, M. — « Aplicaciones de la madera argentina y demás productos forestales* .

Por otra parte la estructura de la madera la hace apta para la fabricación de duelas para cascos, canillas, bitoques y toda clase de envases vinarios.

Segun los ganaderos de la zona, su duración como postes y medios postes es excelente, pues se deben reponer cada 25 años aproximadamente.

No obstante su calidad, la fabricación de puertas, ventanas, marcos y contramarcos, muebles rústicos y revestimientos, no ha alcanzado el nivel que la bondad de la madera merece, quizás porque la industria tiene dificultad para encontrar con frecuencia rollizos que conformen medidas « standard ».

La introducción de industrias locales para el aprovechamiento integral de la madera daría grandes resultados, en lugar de los obrajes unilaterales tan en boga en la provincia Eva Perón, buscando su utilización primero en tablas y luego emplear los trozos pequeños en otras transformaciones, hasta el del aserrín para tanino.

Y pongo en primer término tablas para carpintería fina y ebanistería, porque esta buena madera, con adecuado estacionamiento de 3 a 6 meses, no mueve nada.

Actualmente en el país sólo se obtiene el tanino del quebracho y del urunday desde el punto de vista de su proceso industrial, es decir, dejando de lado las muchas experimentaciones que se vienen realizando, no ya con maderas sino con cortezas y hasta con las hojas de muchos árboles. No hace mucho tiempo he tenido oportunidad de comprobar un extracto tánico de excelentes cualidades, utilizándose para su obtención el aserrín de la madera que estoy tratando.

El señor Roberto Muller Guennard fué el que realizó el mencionado trabajo de laboratorio, empleando aserrín de *caldén* procedente de La Maruja (ex-Ferrocarril Oeste), con el cual obtuvo el resultado siguiente:

Solubles totales	11,60 %
Taninos	7,52 »
No taninos	4,8 »

El extracto logrado corresponde al tanino de la serie pirocatequina, cuya coloración es ligeramente rojo-obscuro.

Otras experiencias realizadas por este mismo señor, por indica-

ción de Franco E. Devoto, fueron aun más satisfactorias, logrando con algunas muestras de aserrín hasta un rendimiento del 15%.

Lo interesante de este aspecto resulta el bajo precio de costo de los desperdicios de la madera del *caldén*, residuos que restan de la elaboración de tarugos o tablas para pisos de « parquet » y que sólo se utilizan en la actualidad como leña. Sin lugar a dudas, sería de positivo interés, tal como nos lo indica el señor Muller, estudiar la industrialización y comercialización de este extracto, que dadas sus altas y valiosas cualidades curtientes tendría mucha aceptación en plaza, logrando precios muy remunerativos.

Las condiciones curtientes de este extracto son óptimas. Las pieles curtidas con el extracto de *caldén* presentan un color ligeramente rosado, pero con una tonalidad algo más subida en el borde, motivándose con ello un aspecto visual sumamente agradable.

Por otro lado, en el curtido de cueros se debe anotar que el practicado con el extracto de *caldén* es mucho más resistente que el que se logra con el de quebracho, aunque la penetración demore algo más, fácilmente explicable por su mayor contenido de sales no tánicas y substancias insolubles.

Ensayos ejecutados sobre cueros de difícil curtiembre, por ejemplo en los de reptiles, carpinchos, potros, etc., demuestran que empleando una mezcla del 30 % de extracto de *caldén* y 70 % de extracto de quebracho, se obtiene el mejor resultado en lo referente a la bondad del curtido.

El *caldén* nacido naturalmente en su habitat es de crecimiento lento, como se puede comprobar en el corte transversal de un tronco valorando la amplitud de los anillos anuales, bien visibles a poco que se pula la superficie, por tratarse de una especie caducifolia.

Son árboles longevos, habiéndose encontrado ejemplares de cerca de doscientos años. Algunos de ellos han servido para realizar estudios sobre lluvias en la región (1).

Cultivado en viveros alcanza 4 metros de altura con 3 cm de diámetro, en el primer quinquenio, es decir 6 mm anuales en espesor, o sea el doble del que logra en sus condiciones naturales de crecimiento.

El peso de los frutos y de las semillas origina que la disemina-

(1) Krebs y Fisher. — « Un pluviómetro secular; MAN 1931 ».

ción de este árbol no pueda invadir con rapidez los lugares próximos, ya que aquellos poco pasan, al madurar y caer, de la proyección de la copa en el suelo.

Los animales resultan apropiados vehículos para la difusión de la especie al ingerir las vainas y devolver las semillas luego de una ventajosa maceración en el aparato digestivo.

La repoblación de esta especie puede hacerse por medio de almácigas y trasplante en el momento oportuno o bien por el método de siembra directa, que es, por cierto, la forma más conveniente. Por ello, daré algunas indicaciones al respecto. La preparación del terreno, si es limpio, puede hacerse pasando una reja cada dos metros y medio y otra cruzada a igual distancia; en la intersección de estas aradas se colocarán varias semillas (3 a 5) y se cubrirán pasando una rastra de ramas.

La siembra y tapada de la semilla puede ser simultánea si en la operación se emplean máquinas sembradoras adaptadas a estos fines. Otra forma es preparando hoyos a distancia conveniente, en los cuales se sembrará la semilla siguiendo el mismo procedimiento que he indicado anteriormente.

Pueden hacerse, también, surcos cada 2 ½ metros con una azada y sembrar a golpes cada metro para ralear en el momento oportuno.

Para obtener semillas aptas conviene usar legumbres recién maduradas para evitar ataques de parásitos, y colocarlas en recipientes con agua fría para ablandar y macerar las vainas, momento en el cual resultará fácil la operación de separar la simiente del fruto.

La semilla así obtenida tiene elevado poder germinativo, que pasa del 90 %.

En la explotación del bosque debe tenerse presente y aprovecharse la propiedad que tiene el *caldén* de emitir brotes de cepa y de raíces gemíferas. La primera particularidad es muy frecuente tanto en plantas nuevas como en las viejas; al tiempo de su corte aparecen en el tocón gran cantidad de brotes que pronto configuran una pequeña pero densa copa.

A fin de no dilatar más de lo conveniente la atención de ustedes, he debido hacer una apretada síntesis de lo mucho que se podría hablar sobre esta valiosa especie endémica del centro de nuestras pampas, pero estimo que el motivo de este acto se habría igual-

mente cumplido, si desde ahora el *caldén* hubiera aumentado el número de sus simpatizantes, quienes, conociendo ya sus bondades, difundirán tales virtudes, en pro de su plantación y correcto aprovechamiento.

Obras consultadas

Alfonso, J. L. — « Forestales indígenas de la Argentina ». 1943.

Ambrosetti, J. V. — « Viaje a la Pampa Central ». 1893.

Burkart, A. — « Las leguminosas argentinas silvestres y cultivadas ». 1943.

Burkart, A. — « El nombre científico del caldén de La Pampa (*Prosopis Caldenia* nov. esp.). *Darwiniana*, tomo 3, n° 2, 1939.

Burkart, A. — « Materiales para una monografía del género *Prosopis* (Leguminosa) ». *Darwiniana*, tomo 4, n° 1. 1940.

Cabrera, A. L. — « Los árboles indígenas de la provincia de Buenos Aires ». *Anuario Rural*, año XIII, n° 13. Dirección de Agricultura e Industrias (M. O. P.) de Buenos Aires. 1945.

Devoto, F. E., y Rothkugel, M. — « Aplicaciones de las maderas argentinas y demás productos forestales M. A. N. P. M. n° 186. 1945.

Devoto, F. E., y Rothkugel, M. — « Indice de la flora leñosa argentina M. A. N. ». 1942.

Holmberg, E. L. — « La flora de la República Argentina ». 2° Censo Nacional. 1898.

Koutche, V., y Carmelich, J. N. F. — « Estudio forestal del caldén ». *Boletín del Ministerio de Agricultura de la Nación*. Tomo XXXVII, n° 1 a 4. 1936.

Krebs, y Fisher. — « Un pluviómetro secular M. A. N. ». 1931.

Kurtz, F. — « Dos viajes botánicos al río Salado Superior ».

Latzina, E. — « Indice de la flora dendrológica argentina ». 1935.

Leonardis, R. F. J. — « Arboles de la Argentina ». 1949.

Lorentz, P. G., y Niederlein, C. — « Informe oficial de la expedición al Río Negro ». 1881.

Mansilla, L. V. — « Una excursión a los indios Ranqueles ». Edición 1945.

Molfino, J. — « Contribución a la flora de la región de Bahía Blanca ». *Physis*. 1921.

Monticelli, J. V. — « Anotaciones fitogeográficas de la Pampa Central ». *Lilloa*. Tomo 3. 1933.

Perón, J. D. — « Toponimia patagónica de etimología Araucana M. A. N. ». 1935-36.

Racedo, E. — « Memoria militar y descriptiva sobre la campaña de la 3° División expedicionaria al territorio de los Ranqueles ». 1880.

Storni, J. S. — « Hortus Guarensis ». 1944.

Tortorelli, L. A. — « Maderas argentinas ». 1940.

Zeballos, E. S. — « Viaje al país de los Araucanos ». 1880. Edición 1934.

« Carta topográfica de La Pampa y de la línea de defensa contra los indios ». Comité Central Argentino para la Exposición de Filadelfia. 1875.

NECROLOGÍA

ING. AGR. JUAN B. MARCHIONATTO

† 1º DE ENERO DE 1955

Con la muerte de nuestro distinguido consocio, el ingeniero agrónomo Juan B. Marchionatto, la Agronomía argentina ha perdido uno de sus hombres más representativos.

Esta breve nota no pretende dar el *curriculum vitae* y menos, aún, la biografía del destacado profesional desaparecido; sólo intenta señalar los principales aspectos de la vida y la obra de Marchionatto.

Marchionatto docente. — Aun mientras cursaba su carrera de ingeniero agrónomo, en la Facultad de Agronomía de la Universidad de la Plata, Marchionatto se inicia (1918) en la docencia universitaria y en dicha casa de estudios, con el cargo de ayudante de Patología Vegetal; pocos años después (1926) ya es designado Profesor titular de Fitopatología, especialidad a la cual dedicó casi toda su vida profesional.

En la Facultad de Agronomía y Veterinaria, de la Universidad Nacional de Buenos Aires, es puesto a cargo de la misma materia, también en 1926.

Marchionatto, como profesor, se destacó por su empeño en dictar cursos que incluyeran los últimos avances en el estudio y la lucha de las enfermedades de las plantas y, asimismo, por el énfasis que puso en sus clases.

Además, Marchionatto fué Consejero Académico en ambas Facultades, por diversos períodos, y en la de Buenos Aires resultó electo Vice Decano (1934-1936).

Marchionatto funcionario y organizador. — En 1923 se inicia como funcionario del Ministerio de Agricultura, donde se lo designa Jefe del Laboratorio de Fitopatología. Es, cabalmente, en el Mi-

nisterio de Agricultura de la Nación donde Marchionatto realiza gran parte de su meritoria obra.

En efecto, como resultado de su espíritu batallador y organizador, que no conocía el desaliento, Marchionatto consigue que el modestísimo Laboratorio de Fitopatología que recibe, al cabo de varios años se transforme en la Dirección de Sanidad Vegetal y en una red de Laboratorios de Fitopatología y de Insectarios regionales.

Además, jerarquizó a la vieja Defensa Agrícola, que pasó a ser la Dirección General de Sanidad Vegetal; en esta última repartición, modernizó e hizo muy eficiente la lucha contra las plagas en general y contra la langosta en particular.

Como resultado de su acción tesonera, el Ministerio de Agricultura y Ganadería incorporó a sus servicios numerosos profesionales jóvenes que se especializaron en los diversos aspectos de la Sanidad Vegetal; disciplina científica de extraordinaria importancia para la economía argentina.

La formación, directa o indirecta, de ese equipo de técnicos especializados, es uno de los aspectos más fructíferos de la labor organizadora de Marchionatto.

Marchionatto investigador. — Aparte de sus tareas docentes y de funcionario organizador, Marchionatto dedicó mucho de su tiempo a la investigación científica. Gracias a esta preocupación, ahora se conoce en la República Argentina la existencia documentada de numerosos hongos parásitos de las plantas.

Asimismo, quedó aclarado, en el país, el ciclo biológico de varios parásitos, causantes de enfermedades de las plantas.

Marchionatto y su labor escrita. — Marchionatto sabía muy bien que gran parte de la labor de un investigador o de un técnico corre el riesgo de desaparecer con la muerte del mismo, si no toma la precaución de publicarla en forma escrita.

Ello explica que Marchionatto publicara, sin pausa, a lo largo de toda su vida profesional, tanto que el número de sus trabajos, notas e informes sobrepasa ampliamente el centenar.

Aparte de ello, cabe destacar un hecho de singular importancia en nuestro país; Marchionatto, particularmente en sus últimos años, publicó varios libros, en los cuales sintetiza, en forma documentada,

todo su amplio saber; entre ellos sobresalen, por su valores intrínsecos, el *Manual de las enfermedades de las plantas*, aparecido en 1944 y el *Tratado de fitopatología*, que vió la luz en 1948.

Marchionatto el hombre. — Además de los méritos ya enunciados, en Marchionatto hay que señalar otros no menores y que corresponden a los aspectos morales, espirituales y éticos.

En Marchionatto parece que se hubiera hecho carne el lema de Don Quijote: mi descanso es el trabajo. Cabalmente, Marchionatto fué un trabajador infatigable, que, asimismo, no conoció el desaliento, ni se arredró ante los obstáculos.

Marchionatto también fué un hombre agradecido y justiciero; en efecto, entre sus diversas publicaciones es del caso señalar aquellas 3 que justiprecian la labor meritísima de 3 pioneros de la Fitopatología argentina, a saber: Spegazzini, Hauman y Fawcett; los 2 primeros, por otra parte, maestros de nuestro ilustre reseñado.

Si tal actitud de Marchionatto es indudablemente loable, lo es mucho más el hecho que, en sus trabajos y síntesis, haya destacado los méritos de la labor de sus adversarios y detractores. Téngase presente que no es raro el caso de autores que omiten referir la labor valiosa de colegas y compañeros y se estimará, entonces, en toda su magnitud, lo edificante que resulta el rasgo mencionado de Marchionatto.

En un día no lejano, sin duda, se escribirá la Historia de la Agronomía Argentina; en esa oportunidad, se comprobará que Marchionatto es uno de sus personajes más conspicuos y su obra, concreta y positiva, ocupará nutridos capítulos.

A. L. De Fina.

INGENIERO WILLIAMS A. REECE

† 22 DE FEBRERO DE 1955

Hondo pesar ha originado en nuestras filas la desaparición de este honorable asociado.

Nacido en Nueva Zelandia y diplomado en ingeniería en E.E. U.U. de Norte América, se especializó en electricidad para ser en esa rama un experto eminente. Vinculado a nuestro país desde hace cuarenta años en actividades propias de su especialidad y

como hombre de empresa, desarrolló aquí una acción intensa y exitosa que le valió amplia consideración y acendrado respeto.

DOCTOR HUGO SALOMON

† 14 DE OCTUBRE DE 1954

Durante más de tres décadas el doctor Salomón actuó en la República Argentina, desempeñándose como médico y naturalista y adquiriendo singular prestigio en ambas disciplinas.

Doctorado en medicina en su patria, Alemania, donde perfeccionó sus estudios en escuelas y clínicas famosas, siguió después sus actividades profesionales y científicas en Austria, para llegar más tarde a nuestro país en plena madurez intelectual. Ya entre nosotros, en la etapa final de su larga y destacada existencia, descolló en el arte de curar, especialmente en el estudio y aplicación de los regímenes dietéticos, mientras en el otro aspecto de sus preocupaciones mentales dilectas elaboraba trabajos de alto mérito relacionados con la protección de la Naturaleza, Voluntariamente ligado a los centros locales afectos a la investigación y al saber, fué socio consecuente de nuestra Sociedad, que le recuerda con veneración.

INGENIERO AGRONOMO F. PEDRO MAROTTA

† 4 DE ABRIL DE 1955

Como estudiante sobresaliente en las aulas de la Facultad de Agronomía y Veterinaria, después como profesor y decano de la misma, como funcionario que en el Ministerio de Agricultura fué escalando posiciones para culminar en el cargo de ministro, como autor de libros y trabajos de su especialidad, siempre el extinto puso en evidencia su brillante inteligencia y su rara capacidad de trabajo. Por eso, y por condiciones personales que sus numerosas amistades valoraron debidamente, el fallecimiento del ingeniero Marotta originó un extendido sentimiento de pena compartido por la Sociedad Científica Argentina que lo contaba entre sus socios eminentes.

BIBLIOGRAFÍA

GALINDO QUIROGA, EUDORO, Ingeniero. *Planificación integral del sistema ferroviario de Bolivia.* Un folleto de 28 páginas, publicación de la Universidad de Cochabamba, Bolivia.

El ingeniero Eudoro Galindo Quiroga, catedrático de la Universidad Mayor de San Simón, presentó el trabajo que reproduce este folleto al VIII Congreso Panamericano de Ferrocarriles celebrado en Wáshington (E.U.A.) en 1953 y allí le fué acordado Diploma de Honor y Gran Premio de la Sección F. Se trata, pues, de un estudio que ha merecido alta distinción en un prestigioso certamen internacional y cuyas conclusiones, por ese solo hecho, revisten singular importancia.

En su documentada exposición, el autor sostiene la necesidad de ampliar la red ferroviaria boliviana con 2347 km de líneas nuevas, como medio fundamental para movilizar las riquezas del país y alcanzar la unidad económica.

He aquí el detalle de esas líneas nuevas, parte de ellas ya estudiadas y algunas con principio de ejecución:

Intercomunicación del Sud, por Tarija	550 km
F.C. Vila-Vila-Sucre	275 »
F.C. Sucre-Boyuibe	485 »
F.C. Cochabamba-Santa Cruz, ruta Norte, incluso ramal a Todos Santos	527 »
F.C. La Paz-Rurrenabaque	430 »
F.C. Riberalta-Guayaramerín	80 »
Total	2347 km

Cabe destacar que la extensión propuesta significa un aumento de casi 70 %, para la longitud total de las vías férreas de Bolivia y esa cifra, así como el meditado análisis que a ella ha conducido, hacen pensar que, por lo menos para algunos países, no parece verdad la generalizada tesis que afirma el próximo fin de la era de los ferrocarriles.

GIOVANELI, JORGE A., General de División (R). *El contenido espiritual de una doctrina militar.* Un folleto de 15 páginas. Buenos Aires, 1955.

El autor de este trabajo, distinguido y estudioso consocio, pasa revista a las doctrinas militares que mayor resonancia mundial han alcanzado desde los tiempos de Napoleón hasta nuestros días y destaca, como consecuencia del análisis que hace, que de ellas perdura el contenido espiritual, aun cuando no suceda siempre lo mismo con la forma y detalles materiales, expuestos a mutaciones constantes.

FE DE ERRATAS

En el Tomo CLVIII, julio a diciembre de 1954, trabajo del doctor Máximo Valentinuzzi, titulado « Florentino Ameghino como biólogo matemático », se han deslizado los siguientes errores:

Página 5, línea 33. En lugar de « Para delinear la manera en que se puede llegar a una matema », debe decir: « tica, en la elaboración misma se queda corto y no sale del domi- »

Página 5, línea 35. Entre « manera » y « que », poner « en » en lugar de « a »

Página 11, línea 6. En lugar de « (X, 32; 331) » debe decir: « (X, 328; 331) »

Página 18, línea 13. En lugar de «(Babini, 1953)» debe decir: «(Mercante, 1911; Babini, 1953)»

Página 28, línea 9. La segunda fórmula debe escribirse: $+ S \equiv C - S^{-}$

Página 28, ultima línea. En lugar de «(X, 325)» debe escribirse: «(X, 327)».

INDICE GENERAL

MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CIENTO QUINCUAGESIMO NOVENO

Teófilo Isnardi. — Alberto Einstein 3

Pedro Longhini. — Análisis dimensional (Conclusión) 9

Sección Conferencias:

Joaquín Luis Alfonso. — El caldén 37

Necrología 58

Bibliografía 62

CALIDAD · SERVICIO · COOPERACION

COMPAÑIA ARGENTINA
DE CEMENTO PORTLAND

RECONQUISTA 46 1R 31 BUENOS AIRES ● SARMIENTO 991 ROSARIO

EN LOS ULTIMOS DIEZ AÑOS

hemos conectado 450.000

nuevos consumidores

a las redes abastecidas
por nuestras centrales generadoras,
de los cuales

más de 50.000 lo fueron durante el año 1954.

Esas nuevas conexiones,
agregadas al aumento natural del consumo
de la industria, el comercio,
los transportes y las casas de familia,
han absorbido íntegramente la potencia de
las recientes ampliaciones de nuestra
usina del Dock Sud,
lo que nos obliga a solicitar a
nuestra estimada clientela
que siga ajustando su consumo eléctrico
al ordenamiento en vigencia
hasta que se restablezca el equilibrio
entre la demanda
y la capacidad de suministro.

CIA. ARGENTINA DE ELECTRICIDAD S. A.

COMPAÑIA DE SEGUROS DE VIDA
SUD AMERICA
Av. R. SAENZ PENA 530 - BUENOS AIRES

Seguros de vida en vigor.

$ 2.231.838.310 m/l.

Reservas Técnicas.

$ 255.392.562,96 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923.

$ 257.914.707,85 m/l.

CRISTALERIAS MAYBOGLAS

MyB M. R.

Sociedad de Responsabilidad Limitada
CAPITAL $ 1.000.000 m/n

ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO

Escritorio:
Cóndor 1625
T. E. 61-0212

Fábrica:
Tabaré 1630
T. E. 61-1480

ARIENTI y MAISTERRA

Soc. de Resp. Ltda. - Capital m$n 1.600.000

EMPRESA CONSTRUCTORA

CAÑOS DE HORMIGON

Av. VELEZ SARSFIELD 1851 - T. A. (21) 0075 - BUENOS AIRES

COPIAS DE PLANOS

PAPELES Y TELAS
TRANSPARENTES
Material para dibujo

A. & M. CASASCO Y CIA

Central: CORDOBA 1836 - Suc. RIVADAVIA 589 Bs. As. Rosario RIOJA 867

LIMA 461 — ALSINA 434

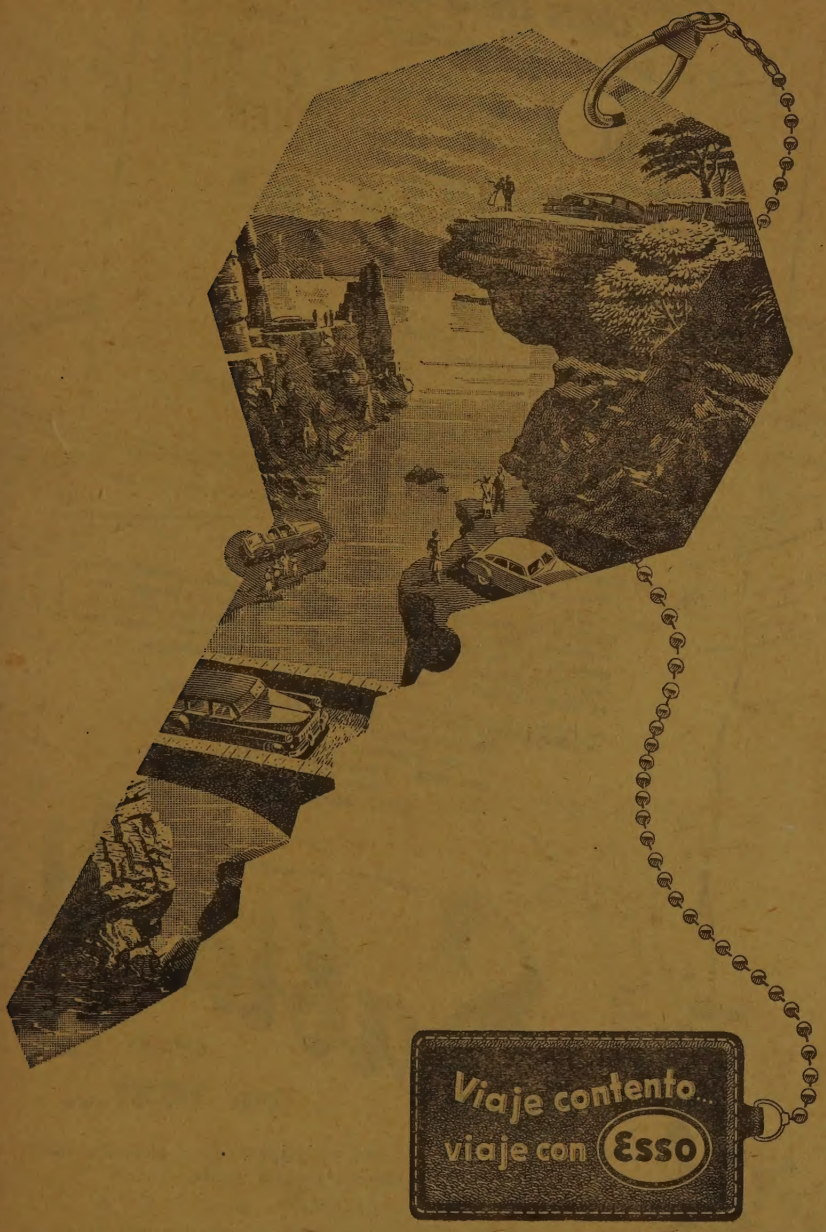
TALLERES
GRAFICOS

"TOMAS PALUMBO"

VIUDA DE PALUMBO E HIJOS

LA MADRID 311-325
21 - 1733 - Bs. AIRES

DISPONIBLE


Viaje contento...
viaje con
Esso

FrancVal **José Franchini Ltda.**

CAPITAL $ 1.000.000.- m/n.

CARABELAS 2398 - AVELLANEDA - T. E. 22-4015

ALCOIL A S

NATURALEZA:
"alquil aril/sulfonato sódico".

FORMULA QUIMICA:
$C_{18}H_{29}SO_3Na$ (la molécula representada en el dibujo).

REACCION:
neutra.

ANALISIS QUIMICO: (a)
% ingrediente activo .....: 24-26
% sales inorgánicas .....: < 6
% H20 .....: 68-70
Alcalinidad libre (%CO_3Na2): < 0.5
% cenizas .....: <8

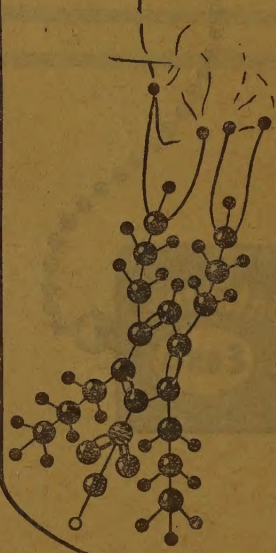
DATOS FISICO - QUIMICOS:
tensión superficial (solución 4‰): 31.7 dinas/cm.
p25 (b) : 0.5‰.

APARIENCIA: (c)
pasta gelatinosa, amarillento clara, soluble en las concentraciones normales de uso.

USO ESPECIFICO:
humectante para la industria textil.

OTROS USOS:
debido a sus propiedades detergente, mojante, penetrante, emulsificante, dispersante, reducción de tensión superficial, puede llenar diferentes necesidades de las industrias textiles, jaboneras, metalúrgicas, papeleras, curtiembres, pinturas, "agua mojada" (lucha contra incendios), insecticidas agrícolas y ganaderas, concentración de minerales por flotación, etc.

a) INGREDIENTE ACTIVO: La suma de: materia grasa total, SO_3 combinado, y Na combinado.
b) p25: ingrediente activo necesario (‰), para hundir la madeja en 25 seg. (ensayo de humectación Draves).
c) ALCOIL ASS 20 y ALCOIL ASB 20: son productos en polvo.



Sabía Vd.

que ya en 1931...

en un pequeño local elaborábamos las primeras partidas del humectante a base de alkilnaftalensulfonato sódico en un autoclave de tres litros, agitado a mano? Entre los modernos alquilaril de nuestra fabricación presentamos con orgullo:

ALCOIL AS

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: ALBERTO G. URCELAY

JULIO-DICIEMBRE 1954 — ENTREGAS I a VI — TOMO CLVIII

SUMARIO

Pág.

Florentino Ameghino — 18/9/1854 - 7/8/1911 — Centenario de su nacimiento 3

MÁXIMO VALENTINUZZI.— Florentino Ameghino como biólogo matemático 4

PEDRO LONGHINI. — Análisis dimensional 35

GUILLERMO HOXMARK. — Influencia climática en los juegos olímpicos .. 44

NECROLOGÍA 55

INDICE GENERAL DE LOS TOMOS CLVII Y CLVIII 65

BUENOS AIRES
AVDA. SANTA FE 1145

1954

30 JUN 1955

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Bernardo A. Houssay
Dr. Alberto Einstein
Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Ing. Guillermo Marconi †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. R. Armando Marotta; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi.

JUNTA DIRECTIVA

(1952 - 1953)

Presidente	Doctor Abel Sánchez Díaz
Vicepresidente 1º	Ingeniero Naval Edmundo Manera
Vicepresidente 2º	Ingeniero Pedro Mendioondo
Secretario de actas	.....
Secretario de correspondencia	Agrimensor Antonio M. Saralegui
Tesorero	Ingeniero Enrique G. E. Clausen
Bibliotecario	Ingeniero Agrónomo Carlos A. Lizer y Trelles
Vocales	Doctor Alberto Castellanos
	Doctor Pedro Cattaneo
	Ingeniero Juan B. De Nardo
	Capitán de Navío Emilio L. Díaz
	Doctor Alberto González Domínguez
	.....
	Doctor Pablo Negroni
	.....
	Ingeniero Gastón Wunenburger
Suplentes	.....
	Ingeniero Ignacio Raver
	Ingeniero Francisco M. Elizondo
	Ingeniero Juan Esperne
	Doctor Emilio L. González
	Doctor Fernando Gorriti
	Arquitecto Simón Lagunas
Revisores de balances anuales	Doctor Antonio Casauberta
	Arquitecto Carlos E. Géneau

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Artº 10 del Reglamento de los "ANALES" (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Gerencia de la Sociedad, avenida Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anormalidad, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 311-325 - Buenos Aires